

運動量

- 運動の激しさ(勢い)を表す

運動量 = 質量 × 速度 → $p = mv$

速度の向き

→ ベクトル量 → $\vec{p} = m\vec{v}$

単位 kg·m/s

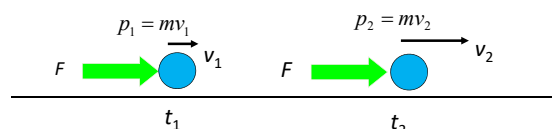
加速運動における運動量の変化

質量 m の物体に一定の力 F を加えて Δt 秒間加速したとき

$$F = ma \rightarrow F = m \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{\Delta p}{\Delta t} \rightarrow \boxed{F\Delta t = \Delta p}$$

$$p = mv \quad \text{力積} \quad [\text{N}\cdot\text{s}] = [\text{kg}\cdot\text{m/s}]$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta t = t_2 - t_1 \\ \Delta v = v_2 - v_1 \\ \Delta p = p_2 - p_1 (= mv_2 - mv_1) \end{array} \right. \quad \boxed{\text{運動方程式を書き換えただけ}}$$



運動量と力積

- 運動量が変化した
 ⇔ 運動量変化に相当する力積が働いた
- 運動量の変化の向き = 力の向き
- 同じ力積を得る → 力小さいと時間長い。
 力大きいと時間短い

$$\boxed{\vec{F}\Delta t = \Delta\vec{p}}$$

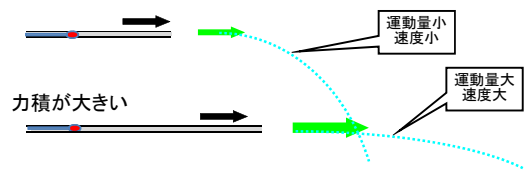
$$\boxed{\vec{p} = m\vec{v}}$$

運動量と力積

$$\boxed{\vec{F}\Delta t = \Delta\vec{p}} \quad \boxed{\vec{p} = m\vec{v}}$$

同じ力積を得る → 力小さいと時間長い。
 力大きいと時間短い。

例



物体に加わる力

- ボールを受け止める
- 床に物を落としたとき(エアバッグ)
- 野球やゴルフのボールを遠くへ飛ばす

$$\boxed{\vec{F}\Delta t = \Delta\vec{p}}$$

$$\boxed{\vec{p} = m\vec{v}}$$

例題

速さ3.0m/sで走っている質量2.0Kgの台車の後ろを、力100Nで0.1秒間押した。押し終わった後の台車の速さはいくらか。

$$\text{力積: } F\Delta t = 100 \times 0.1 = 10 \text{ N}\cdot\text{s}$$

$$F\Delta t = \Delta p \quad \text{より、これが運動量変化。}$$

$$\Delta p = m\Delta v \quad \text{なので、} \quad \Delta v = 10/2 = 5.0 \text{ m/s}$$

$$\text{よって} \quad v = 3.0 + 5.0 = 8.0 \text{ m/s}$$

$$a = \frac{F}{m} \quad v = v_0 + at = v_0 + \frac{F}{m}t = 3.0 + \frac{100}{2} \times 0.1 = 3.0 + 5.0 = 8.0 \text{ m/s}$$

問21

運動量は物体の質量 × 速度 で表されるベクトル量である。物体に力が働いたとの運動量変化は 力積 に等しい。

ここで力積 = 物体に加えられた力 × 力の作用した時間 である。

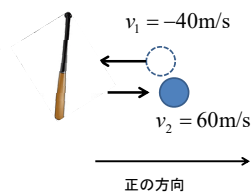
$$\text{問22} \quad F\Delta t = \Delta p = p_2 - p_1 = mv_2 - mv_1$$

速さ40m/sで飛んできた質量 0.14 kg のボールをバットで打ち、反対向きに60m/sで打ち返した。ボールがバットから受けた力積はいくらか。(衝突後のボールの向きを正とする)

衝突後のボールの向きを正とすると

$$F\Delta t = \Delta p = p_2 - p_1 = mv_2 - mv_1 \\ = m(v_2 - v_1)$$

$$0.14 \times (60 - (-40)) = 14 \text{ N}\cdot\text{s}$$



問23

10(m/s)で走る1000kgの車の持つ運動量は $10000(1.0 \times 10^4)$ [kg·m/s]である。この車に後ろ向きの400 Nの力を10 sの間働かせたとき、速度は [m/s]である。車を静止させるにはさらに 秒間この力を加え続けなければならない。

$$\vec{p} = m\vec{v} = 1000\text{kg} \times 10\text{m/s} = 1.0 \times 10^4 \text{kg} \cdot \text{m/s}$$

問23

10(m/s)で走る1000kgの車の持つ運動量は $10000(1.0 \times 10^4)$ [kg·m/s]である。この車に後ろ向きの400 Nの力を10 sの間働かせたとき、速度は 6.0 [m/s]である。車を静止させるにはさらに 秒間この力を加え続けなければならない。

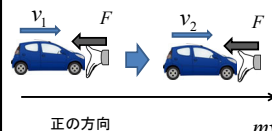
$$\vec{p} = m\vec{v} = 1000\text{kg} \times 10\text{m/s} = 1.0 \times 10^4 \text{kg} \cdot \text{m/s}$$

$$\vec{F}\Delta t = \Delta\vec{p} = mv_2 - mv_1$$

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & & \downarrow \\ -400 \times 10 & & 1.0 \times 10^4 \end{array}$$

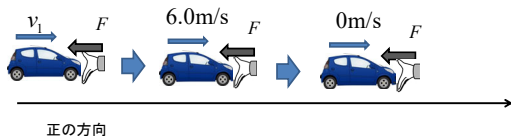
$$mv_2 = -4000 + 10000 = 6000 \text{kg} \cdot \text{m/s}$$

$$v_2 = 6000 / 1000 = 6 \text{m/s}$$



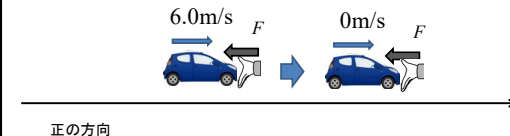
問23

10(m/s)で走る1000kgの車の持つ運動量は $10000(1.0 \times 10^4)$ [kg·m/s]である。この車に後ろ向きの400 Nの力を10 sの間働かせたとき、速度は 6.0 [m/s]である。車を静止させるにはさらに 秒間この力を加え続けなければならない。



問23

10(m/s)で走る1000kgの車の持つ運動量は $10000(1.0 \times 10^4)$ [kg·m/s]である。この車に後ろ向きの400 Nの力を10 sの間働かせたとき、速度は 6.0 [m/s]である。車を静止させるにはさらに 秒間この力を加え続けなければならない。



問23 6-19 ○

10(m/s)で走る1000kgの車の持つ運動量は $10000(1.0 \times 10^4)$ [kg・m/s]である。この車に後ろ向きの400 Nの力を10 sの間働かせたとき、速度は 6.0 [m/s]である。車を静止させるにはさらに 15 秒間この力を加え続けなければならない。

$$\vec{F}\Delta t = \Delta\vec{p} = mv_2 - mv_1$$

$$-400 \times \Delta t = 1000 \times 0 - 1000 \times 6$$

$$\Delta t = 6000 / 400 = 15\text{s}$$

正の方向

運動量の保存

$$\vec{F}\Delta t = \Delta\vec{p} = mv_2 - mv_1$$

$$\vec{F} = 0 \quad \Downarrow$$

$$0 = \Delta\vec{p} = mv_2 - mv_1$$

$$\Downarrow$$

$$mv_2 = mv_1$$

運動量の保存

運動量の保存

$$\vec{F}\Delta t = \Delta\vec{p} = mv_2 - mv_1$$

衝突前 質量を m_1, m_2 , 速度を v_1, v_2
 衝突後 質量変化無し, 速度を v_1', v_2'

$$-Ft = m_1v_1' - m_1v_1$$

$$Ft = m_2v_2' - m_2v_2$$

$$m_1v_1 + m_2v_2 = m_1v_1' + m_2v_2'$$

衝突前後で運動量の和が変化しない

運動量が保存される

衝突 力積

同じ大きさで互いに反対向きの力積

運動量 減る

運動量 増す

反発係数(衝突)

- 反発係数 e
 = 衝突後の速度差 / 衝突前の速度差

ただし, $0 \leq e \leq 1$

$$\frac{v_2' - v_1'}{v_2 - v_1} = -e$$

- 反発係数 = 1 (弾性衝突)
 衝突後の速度差 = 衝突前の速度差
- $0 \leq$ 反発係数 < 1 (非弾性衝突)
- 反発係数 = 0 (完全非弾性衝突)
 衝突後の速度差 = 0 (衝突後合体, 跳ね返らない)

弾性衝突での運動量の保存

片方の物体を止めておき, 片方を衝突させる。衝突は弾性衝突 ($e=1$) とすると, 衝突後の速度はそれぞれどうなるか?

$$\begin{cases} mv_1 + 0 = mv_1' + mv_2' \\ \frac{v_2' - v_1'}{0 - v_1} = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_1' = 0 \\ v_2' = v_1 \end{cases}$$

$v_1 \rightarrow v_1'$ $v_2 = 0$ $0 \rightarrow v_2'$

完全非弾性衝突

衝突後合体させると, 衝突後の速度はどうなるか?

$$\begin{cases} mv_1 + 0 = mv_1' + mv_2' \\ \frac{v_2' - v_1'}{0 - v_1} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_1' = \frac{v_1}{2} \\ v_2' = \frac{v_1}{2} \end{cases}$$

v_1 $v_2 = 0$ m m

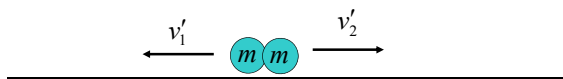
反発係数や質量が違っても衝突において運動量は必ず保存される

分裂での運動量の保存

1. 質量の同じ物体を並べておき、バネで他方を押したとき、2つの物体の速度はどうなるか？

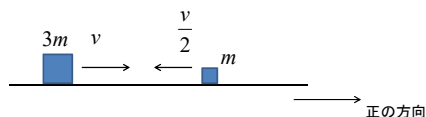
$$0 + 0 = mv'_1 + mv'_2$$

$$v'_1 = -v'_2$$



問題

右方向に速さ v で進んでいる質量 $3m$ の物体1が、左方向に速さ $v/2$ で進んでいる質量 m の物体2と衝突した。衝突後の1と2の速さと方向を求めよ。ただし、反発係数は $1/3$ とする。

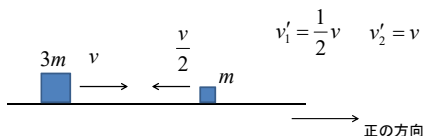


問題

重要?

運動量保存則: $3mv - m\frac{v}{2} = 3mv'_1 + mv'_2 \Rightarrow \frac{5}{2}v = 3v'_1 + v'_2$

反発係数: $\frac{v'_1 - v'_2}{v - (-\frac{v}{2})} = -\frac{1}{3} \Rightarrow v'_1 - v'_2 = -\frac{1}{2}v$



問24

重要?

物体の衝突において、運動量保存の法則が成り立つから

$$m_A v_A + m_B v_B = m_A v'_A + m_B v'_B \quad (1)$$

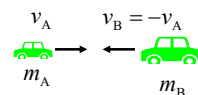
反発係数から $\frac{v'_B - v'_A}{v_B - v_A} = -e \quad (2)$

この問題における条件を代入して

$$500 \times 10 - 1000 \times 10 = 500v'_A + 1000v'_B \quad (3)$$

$$\frac{v'_B - v'_A}{(-10) - (10)} = -0 \quad (4) \Rightarrow v'_A = v'_B$$

(3)に代入して $v'_A = v'_B = -\frac{10}{3} = -3.3$



両車とも負の向きに3.3 m/sで動く

問25

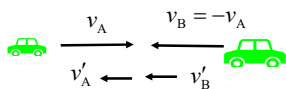
車の中に乗っている人は車と同じ速度変化を受ける。よって、人の運動量変化は速度変化により

$$\vec{F} \Delta t = m \Delta \vec{v}$$

人は運動量変化に等しい力積を受ける。

A車の速度変化: $v'_A - v_A = \left(-\frac{10}{3}\right) - 10 = -\frac{40}{3} \text{ m/s}$

B車の速度変化: $v'_B - v_B = \left(-\frac{10}{3}\right) - (-10) = \frac{20}{3} \text{ m/s}$



問25

A車の人の運動量変化 $m \Delta v_A = 50 \times \left(-\frac{40}{3}\right) \text{ [N}\cdot\text{s]}$

B車の人の運動量変化 $m \Delta v_B = 50 \times \left(\frac{20}{3}\right) \text{ [N}\cdot\text{s]}$

$$\vec{F} \Delta t = \Delta \vec{p}$$

$$\left(-\frac{2000}{3}\right) = F_A \times 0.10 \quad F_A = -6.7 \times 10^3 \text{ [N]}$$

$$\left(\frac{1000}{3}\right) = F_B \times 0.10 \quad F_B = 3.3 \times 10^3 \text{ [N]}$$

A車の人の受ける力の方が大きい、A車の乗員の方がダメージを受ける。