力学

物体にはたらいている力

↓

ニュートンの第2法則
(運動方程式)

質量を介してこの2つを関係づける

$\boxed{m\vec{a} = \vec{F}}$

$\boxed{\vec{a} = \dfrac{\vec{F}}{m}}$

↓

運動

加速度 → 速度 → 位置

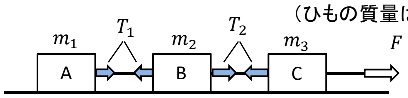
微分　微分　積分　積分

$\vec{a} = \dfrac{\vec{F}}{m}$

		等加速度直線運動	等速直線運動
1. 加速度	a:	$a = a_0 (= 一定)$	$a = 0\,\mathrm{m/s^2}$
2. 速度	v:	$v = v_0 + a_0 t \quad \left(a = \dfrac{v - v_0}{t}\right)$	$v = v_0 = 一定$
3. 位置	x:	$x = x_0 + v_0 t + \dfrac{1}{2} a_0 t^2$	$x = x_0 + v_0 t$
4. 移動距離	s:	$s = x - x_0 = v_0 t + \dfrac{1}{2} a_0 t^2$	$s = x - x_0 = v_0 t$

$v_0 = 初速度(t = 0での速度)$　　$x_0(t = 0での位置)$

例:A、B、Cは一体となって等加速度運動を始めた。このとき、AとBをつなぐひもの張力、BとCをつなぐひもの張力をそれぞれ求めよ。
(ひもの質量は無視できるとする)



5・22

$\boxed{m\vec{a} = \vec{F}}$　右方向を正とし、加速度をa〔m/s²〕として

$$\begin{cases} m_1 a = T_1 \\ m_2 a = T_2 - T_1 \\ m_3 a = F - T_2 \end{cases}$$

$\Rightarrow (m_1 + m_2 + m_3) a = F$

$\Rightarrow a = \dfrac{F}{m_1 + m_2 + m_3}$

$$T_1 = m_1 a = \frac{m_1}{m_1 + m_2 + m_3} F$$

$$T_2 = F - m_3 a = \frac{m_1 + m_2}{m_1 + m_2 + m_3} F$$

○

重要

水平面との角度が θで、動摩擦係数が μ' の粗い斜面を滑り降りている質量m〔kg〕の物体がある。

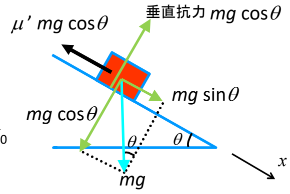
- 垂直抗力を求めよ。
- 動摩擦力はいくらか
- 斜面に沿った方向の運動方程式を立てよ　$m\vec{a} = \vec{F}$
- 任意の時刻 t での速さを求めよ　$v = v_0 + at$
  ただし、時刻 t=0 で速さ をv_0 とする。
- 任意の時刻 t での位置 x を求めよ。　$x = x_0 + v_0 t + \dfrac{1}{2} a t^2$
  ただし、時刻 t=0 で位置を x_0 とする。

$ma = mg\sin\theta - \mu' mg\cos\theta$

$a = g(\sin\theta - \mu'\cos\theta)$

$v = g(\sin\theta - \mu'\cos\theta)t + v_0$

$x = (1/2)g(\sin\theta - \mu'\cos\theta)t^2 + v_0 t + x_0$



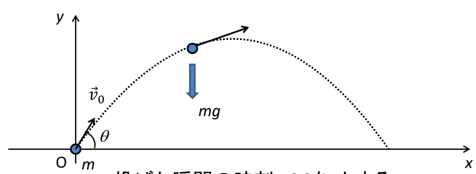
放物運動(問14)

重要

水平面に対して角 θで質量 m の物体をv_0の速さで投げる。空気抵抗などは無視できるとしてこの物体の運動を考える。

力がわかる → 加速度がわかる → 速度がわかる → 位置がわかる

物体にはたらいている力:下向きに大きさmgの重力のみ

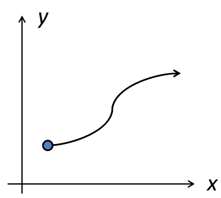


投げた瞬間の時刻 t [s]を0とする

平面(2次元)の運動

平面の運動は力、速度、加速度などを x方向とy方向の各成分にわけて考える

$\vec{F} = (F_x, F_y)$
$\vec{a} = (a_x, a_y)$
$\vec{v} = (v_x, v_y)$
$\vec{r} = (x, y)$



運動方程式

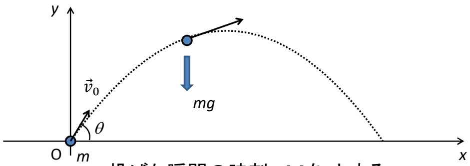
$m a_x = F_x$
$m a_y = F_y$

放物運動（問14）

水平面に対して角 θ で質量 m の物体をv_0の速さで投げる。
空気抵抗などは無視できるとしてこの物体の運動を考える。

力がわかる → 加速度がわかる → 速度がわかる
→ 位置がわかる

物体にはたらいている力：下向きに大きさmgの重力のみ



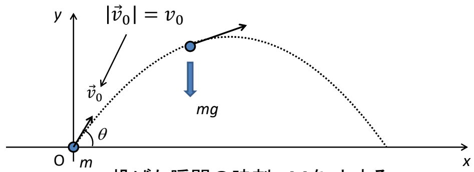
投げた瞬間の時刻 t [s]を0とする

放物運動（問14）

平面の運動は力、速度、加速度などを
x方向とy方向の各成分にわけて考える

力：　$\vec{F} = (F_x, F_y) = (0. -mg)$　　速度：　$\vec{v} = (v_x, v_y)$

加速度：　$\vec{a} = (a_x, a_y)$　　位置：　$\vec{r} = (x, y)$



投げた瞬間の時刻 t [s]を0とする

$\vec{a} = \dfrac{\vec{F}}{m}$

		等加速度直線運動	等速直線運動
1. 加速度	a：	$a = a_0$(＝一定)	$a = 0\,\mathrm{m/s^2}$
2. 速度	v：	$v = v_0 + a_0 t$ $\left(a = \dfrac{v - v_0}{t}\right)$	$v = v_0 =$ 一定
3. 位置	x：	$x = x_0 + v_0 t + \dfrac{1}{2} a_0 t^2$	$x = x_0 + v_0 t$
4. 移動距離	s：	$s = x - x_0 = v_0 t + \dfrac{1}{2} a_0 t^2$	$s = x - x_0 = v_0 t$

$v_0 =$ 初速度($t = 0$での速度)　　x_0($t = 0$での位置)

X 方向（水平方向）

$\vec{F} = (F_x, F_y) = (0. -mg)$

力：$F_x = 0$　　加速度：$a_x = \dfrac{F_x}{m} = 0$　　速度：$v_x =$ 一定 $= v_0 \cos\theta$

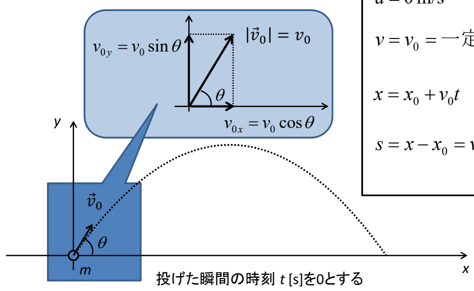
移動距離：$s = v_0 t \cos\theta$

$a = 0\,\mathrm{m/s^2}$

$v = v_0 =$ 一定

$x = x_0 + v_0 t$

$s = x - x_0 = v_0 t$



投げた瞬間の時刻 t [s]を0とする

X 方向（水平方向）

$\vec{F} = (F_x, F_y) = (0. -mg)$

力：$F_x = 0$　　加速度：$a_x = \dfrac{F_x}{m} = 0$　　速度：$v_x =$ 一定 $= v_0 \cos\theta$

移動距離：$s = v_0 t \cos\theta$

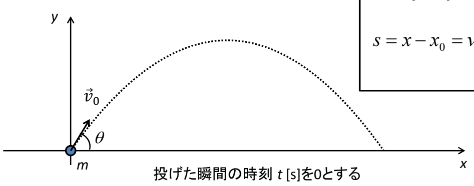
位置：　$x = x_0 + s = 0 + s = v_0 t \cos\theta$

$a = 0\,\mathrm{m/s^2}$

$v = v_0 =$ 一定

$x = x_0 + v_0 t$

$s = x - x_0 = v_0 t$



投げた瞬間の時刻 t [s]を0とする

y 方向（鉛直方向）

$\vec{F} = (F_x, F_y) = (0. -mg)$

力：$F_y = -mg$　加速度：$a_y = \dfrac{F_y}{m} = \dfrac{-mg}{m} = -g$

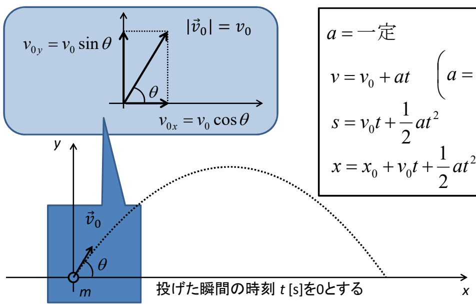
速度：$v_y = v_0 \sin\theta + a_y t = v_0 \sin\theta - gt$

$a =$ 一定

$v = v_0 + at$　$\left(a = \dfrac{v - v_0}{t}\right)$

$s = v_0 t + \dfrac{1}{2} a t^2$

$x = x_0 + v_0 t + \dfrac{1}{2} a t^2$



投げた瞬間の時刻 t [s]を0とする

y 方向(鉛直方向)

$\vec{F} = (F_x, F_y) = (0, -mg)$

力: $F_y = -mg$　加速度: $a_y = \frac{F_y}{m} = \frac{-mg}{m} = -g$

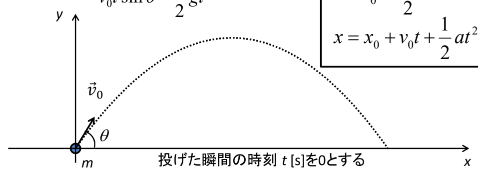
速度: $v_y = v_0 \sin\theta + a_y t = v_0 \sin\theta - gt$

位置: $y = y_0 + v_{0y} t + \frac{1}{2} a_y t^2$

$= 0 + v_0 t \sin\theta - \frac{1}{2} g t^2$

$= v_0 t \sin\theta - \frac{1}{2} g t^2$

$$\boxed{\begin{array}{l} a = 一定 \\ v = v_0 + at \quad \left(a = \frac{v - v_0}{t} \right) \\ s = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \\ x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \end{array}}$$



$\vec{F} = (F_x, F_y) = (0, -mg)$

鉛直方向(y方向)の運動

加速度　$a_y = -g$　$\boxed{v_y = v_{0y} + a_y t}$

速度　$v_y = v_0 \sin\theta - gt$　$\boxed{y = y_{0y} + v_{0y} t + \frac{1}{2} a_y t^2}$

位置　$y = v_0 t \sin\theta - \frac{1}{2} g t^2$

水平方向(x方向)の運動

$a_x = 0$　$\boxed{v_x = 一定}$

$v_x = v_0 \cos\theta$　$\boxed{x = x_0 + v_{0x} t}$

$x = v_0 t \cos\theta$　$\left(t = \frac{x}{v_0 \cos\theta} \right)$

軌跡

(t を消去する)

$$y = -\frac{g}{2 v_0^2 \cos^2\theta} x^2 + \frac{v_0 \sin\theta}{v_0 \cos\theta} x$$

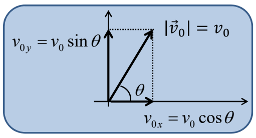
$$y = -\frac{g}{2 v_0^2 \cos^2\theta} x^2 + \tan\theta \cdot x$$

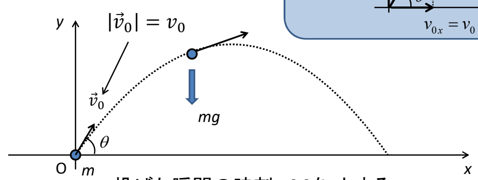
軌跡

$y = -\frac{g}{2 v_0^2 \cos^2\theta} x^2 + \tan\theta \cdot x$　あるいは、 $y = -\frac{g}{2 v_{0x}^2} x^2 + \frac{v_{0y}}{v_{0x}} x$

$v_{0y} = v_0 \sin\theta$

$v_{0x} = v_0 \cos\theta$

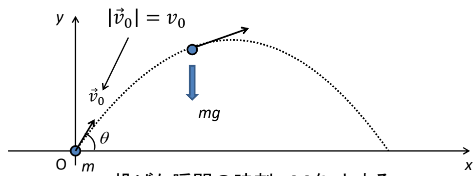




投げた瞬間の時刻 t [s]を0とする

問14(4)

放物運動において，水平方向の到達距離b を求めなさい。
また，最高到達高度d を求めなさい



投げた瞬間の時刻 t [s]を0とする

問14(4)

放物運動において，水平方向の到達距離b を求めなさい。
また，最高到達高度d を求めなさい

問14(4)

高さが0 → y=0

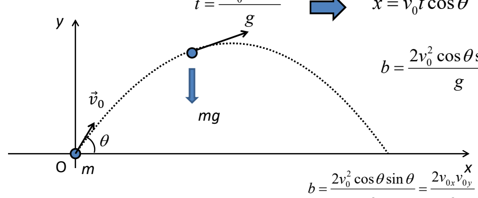
$$\boxed{\begin{array}{l} x = v_0 t \cos\theta \\ y = v_0 t \sin\theta - \frac{1}{2} g t^2 \end{array}}$$

$y = v_0 t \sin\theta - \frac{1}{2} g t^2 \Rightarrow 0 = v_0 t \sin\theta - \frac{1}{2} g t^2$

$0 = t\left(v_0 \sin\theta - \frac{1}{2} g t \right) \Rightarrow t = 0$ or $\left(v_0 \sin\theta - \frac{1}{2} g t \right) = 0$

$t = \frac{2 v_0 \sin\theta}{g} \Rightarrow x = v_0 t \cos\theta$ に代入

$$b = \frac{2 v_0^2 \cos\theta \sin\theta}{g}$$



$$b = \frac{2 v_0^2 \cos\theta \sin\theta}{g} = \frac{2 v_{0x} v_{0y}}{g}$$

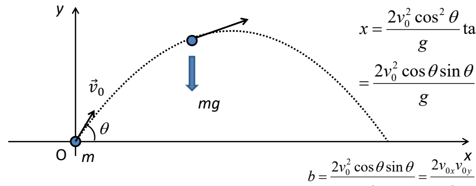
問14（4）

軌跡　　　　　　　　　　　　　高さが0 → y=0

$$y=-\frac{g}{2v_0^2\cos^2\theta}x^2+\tan\theta\cdot x \quad\Rightarrow\quad 0=-\frac{g}{2v_0^2\cos^2\theta}x^2+\tan\theta\cdot x$$

$$0=-x\cdot\left(\frac{g}{2v_0^2\cos^2\theta}x-\tan\theta\right) \quad\Rightarrow\quad x=0 \text{ or } \left(\frac{g}{2v_0^2\cos^2\theta}x-\tan\theta\right)=0$$

$$x=\frac{2v_0^2\cos^2\theta}{g}\tan\theta=\frac{2v_0^2\cos\theta\sin\theta}{g}=\frac{v_0^2\sin 2\theta}{g}$$



$$b=\frac{2v_0^2\cos\theta\sin\theta}{g}=\frac{2v_{0x}v_{0y}}{g}$$

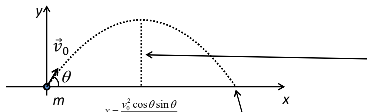
問14（4）　最高到達高度dを求めなさい

$$v_y=v_0\sin\theta-gt \qquad v_x=v_0\cos\theta$$

$$y=v_0t\sin\theta-\frac{1}{2}gt^2 \qquad x=v_0t\cos\theta$$

高さが最大 → $v_y=0$ → $t=\dfrac{v_0\sin\theta}{g}$

$$\Rightarrow \begin{cases} x=\dfrac{v_0^2\cos\theta\sin\theta}{g} \\ y=\dfrac{v_0^2\sin^2\theta}{2g}=\dfrac{v_{0y}^2}{2g} \end{cases}$$



$$\boxed{d=\frac{v_0^2\sin^2\theta}{2g}=\frac{v_{0y}^2}{2g}}$$

$$x=\frac{v_0^2\cos\theta\sin\theta}{g}$$

$$b=\frac{2v_0^2\cos\theta\sin\theta}{g}=\frac{2v_{0x}v_{0y}}{g}$$

問14（4）　最高到達高度dを求めなさい

$$y=-\frac{g}{2v_0^2\cos^2\theta}x^2+\tan\theta\cdot x \qquad \cdots\text{(a)}$$

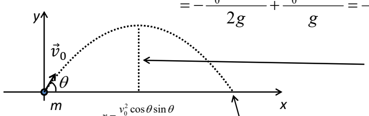
高さが最大 → yが最大 → yをxで微分して0

$$y'(x)=-\frac{g}{v_0^2\cos^2\theta}x+\tan\theta=0 \quad\Rightarrow\quad x=\frac{v_0^2\cos\theta\sin\theta}{g}$$

(a)に代入

$$\Rightarrow\quad y=-\frac{g}{2v_0^2\cos^2\theta}\left(\frac{v_0^2\cos\theta\sin\theta}{g}\right)^2+\tan\theta\cdot\frac{v_0^2\cos\theta\sin\theta}{g}$$

$$=-\frac{v_0^2\sin^2\theta}{2g}+\frac{v_0^2\sin^2\theta}{g}=\frac{v_0^2\sin^2\theta}{2g}$$



$$\boxed{d=\frac{v_0^2\sin^2\theta}{2g}=\frac{v_{0y}^2}{2g}}$$

$$x=\frac{v_0^2\cos\theta\sin\theta}{g}$$

$$b=\frac{2v_0^2\cos\theta\sin\theta}{g}=\frac{2v_{0x}v_{0y}}{g}$$