

力学
(西欧16世紀～)

- ◆ 惑星の運動
- ◆ 地表での物体の運動

力学
(西欧16世紀～)

- ◆ 惑星の運動
 - コペルニクス (ポーランド1473-1543)
太陽中心の宇宙モデルから惑星の運動を説明
 - ティコ・ブラーエ (デンマーク1546-1601)
惑星の運動の精密観測(目視観測)
 - ケプラー (ドイツ1571-1630)
惑星の運動法則をみつける → ケプラーの法則

力学
(西欧16世紀～)

- ◆ 惑星の運動
- ◆ 地表での運動の問題

力学
(西欧16世紀～)

- ガリレオ・ガリレイ (伊 1564-1642)

- ・ 軽いものも重いものも同じように落下する
 - ・ 落下運動は加速度が一定の運動
 - ・ 振り子の等時性

摩擦や抵抗の影響を取り除き、慣性を見つける
慣性 : 押し続けなくても物体は運動を続ける

力学の完成

- ニュートン (英 1642-1727)

惑星の運動 }
地表での物体の運動 } 統一

- ・ 運動の3法則
- ・ 万有引力の法則

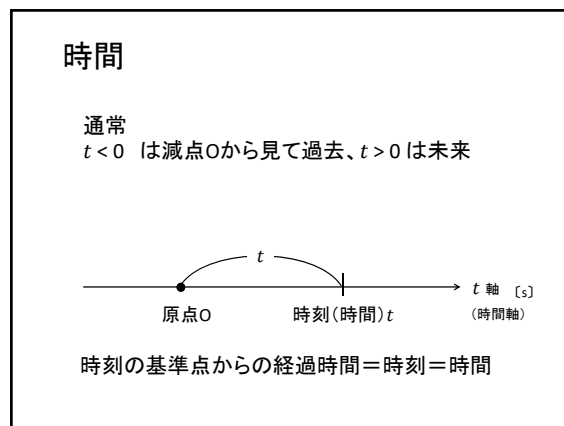
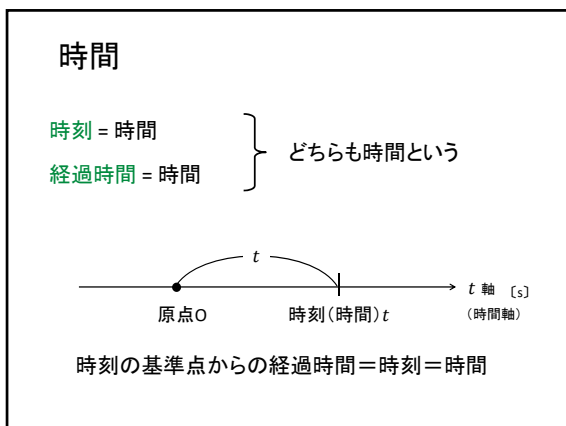
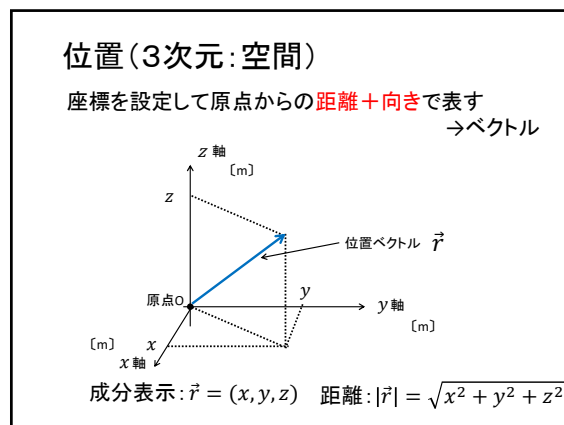
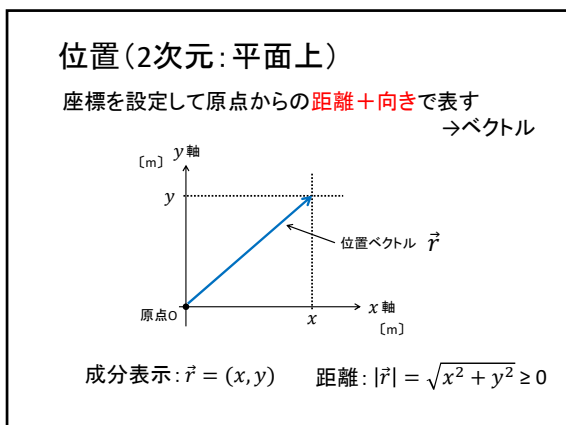
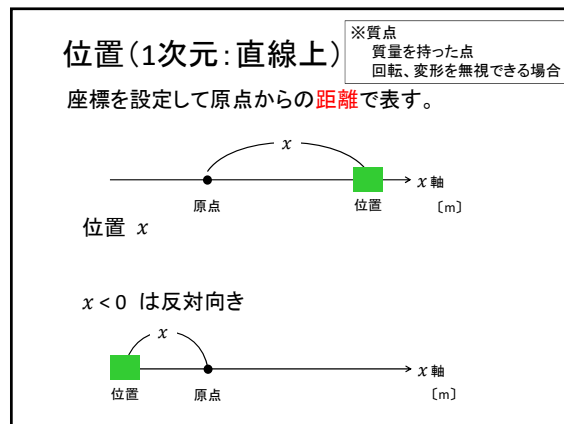
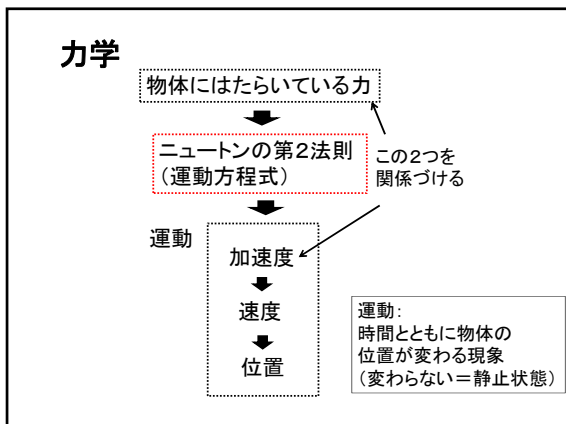
1. ニュートンの法則 (p43)

第1法則: 慣性の法則
「物体に外部から作用する力の和がゼロのとき、物体の速度は変わらない」

第2法則: 運動の法則
「物体に外部から作用する力の和がゼロでないとき、物体の速度が変わる(運動方程式)」

第3法則:
「互いに力を及ぼしあう物体にはそれぞれに大きさが同じで向きが反対の力がはたらく(作用反作用の法則)」

2. 万有引力の法則
あらゆる物体の間には引力がはたらき、その大きさは各々の質量積に比例し、距離の2乗に半比例する

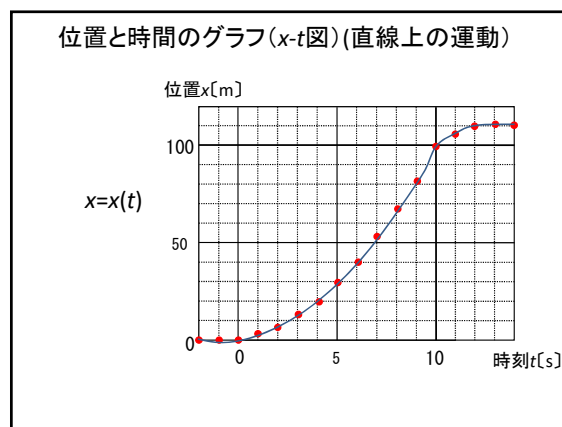


運動

時間とともに物体の位置が変わる現象
(変わらない場合=静止状態)

運動(1次元)の記述 = $x(t)$ (時刻の関数として表す)

例えば $x=t^2-2$ $t=0s$ で位置は -2 m
 $t=2s$ で位置は 2 m



変位と移動距離

運動(1次元)の記述 = $x(t)$ (時刻の関数として表す)

例えば t_0 で位置は -2 m
 t_1 で位置は 2 m ($t_0 < t_1 < t_2$)
 t_2 で位置は 0 m

$x(t_1)-x(t_0)$: 時刻 t_0 から t_1 までの変位(=4m)
 時刻 t_0 から t_1 までの移動距離は 4m

変位と移動距離

運動(1次元)の記述 = $x(t)$ (時刻の関数として表す)

例えば t_0 で位置は -2 m
 t_1 で位置は 2 m ($t_0 < t_1 < t_2$)
 t_2 で位置は 0 m

時刻 t_0 から t_2 までの変位 $x(t_2)-x(t_0)=2m$
 時刻 t_0 から t_2 までの移動距離は 4m+2m=6m

平均速度、平均の速さ(直線上の運動)

4/10

- 平均の速度 = 変位 ÷ 時間
- 平均の速さ = 移動距離 ÷ 時間

単位 m/s , (km/h)

速度:ベクトル量 (大きさと向きを持った量)
 速さ:スカラー量 (大きさ)

10秒間で100m移動

平均の速度=10m/s
 平均の速さ=10m/s 正の方向

平均の速度=0m/s
 平均の速さ=10m/s

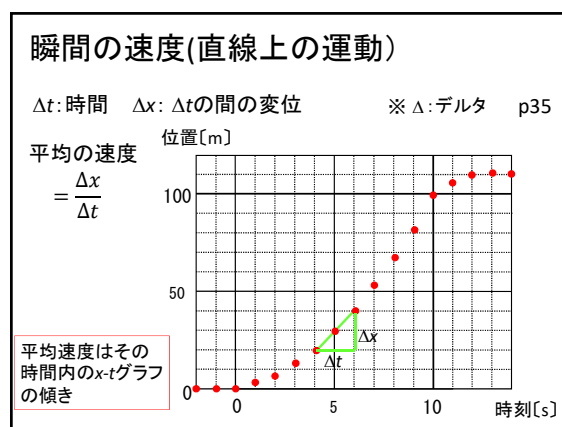
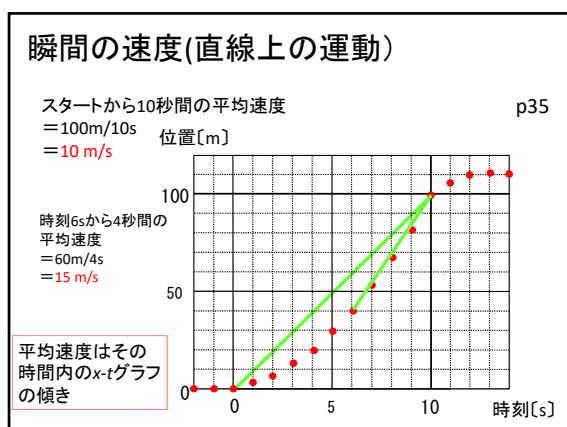
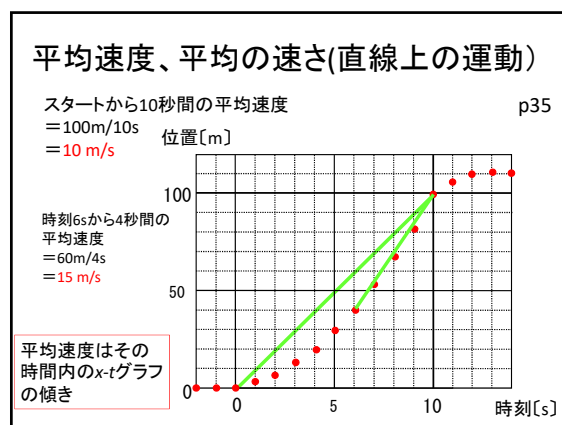
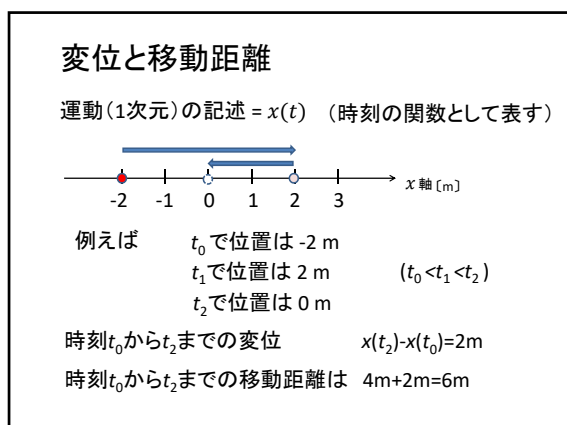
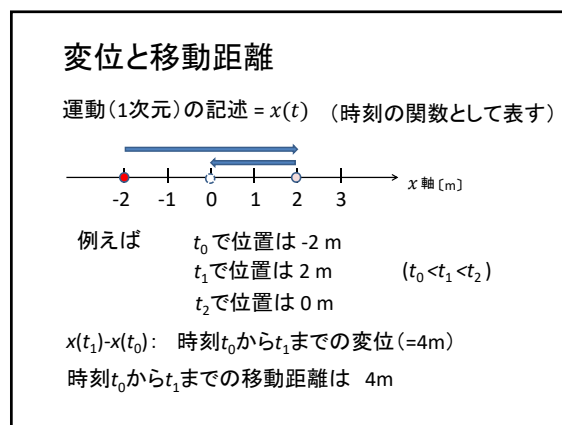
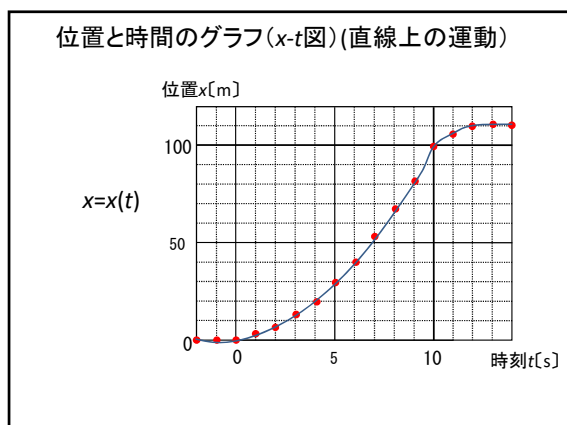
平均の速度=-10m/s
 平均の速さ=10m/s

運動

時間とともに物体の位置が変わる現象
(変わらない場合=静止状態)

運動(1次元)の記述 = $x(t)$ (時刻の関数として表す)

例えば $x=t^2-2$ $t=0s$ で位置は -2 m
 $t=2s$ で位置は 2 m



瞬間の速度(直線上の運動)

Δt : 時間 Δx : Δt の間の変位 ※ Δ : デルタ p35

平均の速度

$$= \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

$\Delta t \rightarrow 0$ を考える

$$v(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx(t)}{dt}$$

瞬間の速度はその瞬間のx-tグラフの接線の傾き

微分について

$y(x) = ax^n + bx^m + c$ を x で微分

$$y'(x) = anx^{n-1} + bmx^{m-1} \xleftrightarrow{\text{(記号が異なる)}} \frac{dy(x)}{dx} = anx^{n-1} + bmx^{m-1}$$

物体の位置 x が時間 t の関数 つまり $x(t)$

$$x(t) = at^n + bt^m + c$$

瞬間の速度 v も 時間の関数 $v(t)$
 (瞬間の速度は位置を時間で微分) $\rightarrow \frac{dx(t)}{dt} = ant^{n-1} + bmt^{m-1}$

瞬間の速度(直線上の運動)

ある時刻における位置

位置 x [m] を時刻 t [s] の関数として $x=x(t)$ とする。
 例えば $x(t) = t^2 - 2$

瞬間の速度は $v(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx(t)}{dt} = \frac{d(t^2 - 2)}{dt} = 2t$ [m/s]

時刻 $t=3$ s での瞬間の速度は、 $v(3) = 6$ m/s

位置ベクトルと変位ベクトル(平面上の運動)

位置ベクトル: 原点(基準点)からの位置を表すベクトル
 変位ベクトル: 位置がどれだけ変化しただけを表すベクトル

点Aの位置ベクトル \vec{A} 点Bの位置ベクトル \vec{B}
 変位ベクトル $\vec{C} = \vec{B} - \vec{A}$

あらゆる時刻における位置ベクトル $\vec{r}(t)$

位置ベクトルと変位ベクトル(平面上の運動)

位置ベクトル: 原点(基準点)からの位置を表すベクトル
 変位ベクトル: 位置がどれだけ変化しただけを表すベクトル

点Aの位置ベクトル \vec{A} 点Bの位置ベクトル \vec{B}
 変位ベクトル $\vec{C} = \vec{B} - \vec{A}$

あらゆる時刻における位置ベクトル $\vec{r}(t)$

位置ベクトルと変位ベクトル(平面上の運動)

位置ベクトル: 原点(基準点)からの位置を表すベクトル
 変位ベクトル: 位置がどれだけ変化しただけを表すベクトル

点Aの位置ベクトル $\vec{A} = (1,3)$ 点Bの位置ベクトル $\vec{B} = (2,2)$
 変位ベクトル $\vec{C} = \vec{B} - \vec{A}$

あらゆる時刻における位置ベクトル $\vec{r}(t)$

位置ベクトルと変位ベクトル(平面上の運動)

位置ベクトル: 原点(基準点)からの位置を表すベクトル
 変位ベクトル: 位置がどれだけ変化しただけを表すベクトル

変位ベクトル $\vec{C} = \vec{B} - \vec{A}$

点Aの位置ベクトル $\vec{A} = (1, 3)$ 点Bの位置ベクトル $\vec{B} = (2, 2)$

変位ベクトル $\vec{C} = \vec{B} - \vec{A} = (1, -1)$

あらゆる時刻における位置ベクトル $\vec{r}(t) = (x(t), y(t))$

位置ベクトルと速度ベクトル

変位ベクトル $\vec{C} = \vec{B} - \vec{A}$

平均速度 = 変位ベクトル ÷ 所要時間

ある物体が t [s] で点Aから点Bまで移動したとすると

$$\vec{v} = \frac{\vec{C}}{t} = \frac{\vec{B} - \vec{A}}{t}$$

・平均速度の向きは変位の向き

位置ベクトルと速度ベクトル

変位ベクトル $\vec{C} = \vec{B} - \vec{A}$

平均速度 = 変位ベクトル ÷ 所要時間

ある物体が t [s] で点Aから点Bまで移動したとすると

$$\vec{v} = \frac{\vec{C}}{t} = \frac{\vec{B} - \vec{A}}{t}$$

・平均速度の向きは変位の向き

位置ベクトルと速度ベクトル

変位ベクトル $\Delta\vec{r} = \vec{r}(t + \Delta t) - \vec{r}(t)$

平均速度 = 変位ベクトル ÷ 所要時間

ある物体が Δt [s] で点Aから点Bまで移動したとすると

$$\vec{v} = \frac{\vec{r}(t + \Delta t) - \vec{r}(t)}{\Delta t}$$

・平均速度の向きは変位の向き

位置ベクトルと速度ベクトル

変位ベクトル $\Delta\vec{r} = \vec{r}(t + \Delta t) - \vec{r}(t)$

平均速度 = 変位ベクトル ÷ 所要時間

ある物体が Δt [s] で点Aから点Bまで移動したとすると

$$\vec{v} = \frac{\vec{r}(t + \Delta t) - \vec{r}(t)}{\Delta t}$$

・平均速度の向きは変位の向き

位置ベクトルと速度ベクトル

速度ベクトル

平均速度 = 変位ベクトル ÷ 所要時間

ある物体が Δt [s] で点Aから点Bまで移動したとすると

瞬間の速度
$$\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}(t)}{dt}$$

・瞬間の速度の向きは軌跡の接線の向き

位置ベクトルと速度ベクトル

平均速度=変位ベクトル÷所要時間

ある物体が Δt [s] で点Aから点Bまで移動したとすると

瞬間の速度

$$\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}(t)}{dt} = \left(\frac{dx(t)}{dt}, \frac{dy(t)}{dt} \right)$$

点Aの位置ベクトル $\vec{r}(t)$

問1

図のように、原点OからABCDEFGの経路を通して物体が運動した。それぞれの点は一定時間間隔で測定した物体の位置である。

(1) それぞれの点での瞬間の速度ベクトルの向きを指示しなさい

問1

(2) CD間の平均速度ベクトルの向きを指示しなさい。

(3) また、それぞれの区間の平均速度を比べたとき、一番平均速度の大きい区間は BC である。また一番小さい区間は EF である。

加速度

- 加速度(ベクトル量)

速度の**大きさや向き**が1秒間でどれだけ変わるかを表す

速度の向きが変わるとき → その変わる割合が加速度
速度の大きさが変わるとき

平均加速度=速度変化÷時間
(→ 速度変化=平均加速度×時間)

単位 m/s^2 $\frac{[m/s]}{[s]} = [m/s^2]$

v-t グラフと加速度(直線上の運動)

平均加速度=速度変化÷時間 $t=6$ での瞬間の加速度

平均加速度 $\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$

瞬間の加速度 $a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt}$

瞬間の加速度はv-tグラフの接線の傾き

2~9秒間の平均加速度

瞬間の加速度(直線上の運動)

4-17

ある時刻における位置

位置 x を時刻 t の関数として表す $x=x(t)$

例えば $x=t^2 - 2$

- 時刻 $t=3$ での瞬間の速度は、

$$v(3) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx(t)}{dt} = \left[\frac{d(t^2 - 2)}{dt} \right]_{t=3} = [2t]_{t=3} = 6 \text{ m/s}$$
- 時刻 $t=3$ での瞬間の加速度は、

$$a(3) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv(t)}{dt} = \left[\frac{d(2t)}{dt} \right]_{t=3} = [2]_{t=3} = 2 \text{ m/s}^2$$

加速度ベクトルと速度ベクトルの変化

- 加速度ベクトル=速度ベクトルの変化
速度の向きが変わる(大きさは同じ)=加速度

$$\Delta \vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1 \quad \bar{a}(t) = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \quad (\text{平均加速度})$$

$$\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}}{dt} \quad (\text{瞬間の加速度})$$

$$= \left(\frac{dv_x(t)}{dt}, \frac{dv_y(t)}{dt} \right)$$

問2

下の図(A~D)は平面上で運動する物体の位置を、一定時間間隔で記録した図である。

(1)速度一定の運動をしているのは **A** である。

(2)速さ一定の運動をしているのは **A** と **C** である。

(3)速度の向きが変化しているのは **C** と **D** である。

(4)加速度が0の運動をしているのは **A** である。

(5)加速度の大きさは変化するが、向きが変化していないのは **ない**

(6)加速度の大きさが一定の運動をしているのは **A** と **C** である。

問3. 直線上を運動している物体の位置 x が時間 t の関数として

$$x(t) = \frac{1}{2}a_0t^2 + v_0t + x_0$$

と表せるとき $t=0$ での位置、速度、加速度を求めよ。
 ただし、 a_0, v_0, x_0 は時間によらない定数とする。

速度 $v(t) = \frac{dx(t)}{dt} = a_0t + v_0$

加速度 $a(t) = \frac{dv(t)}{dt} = a_0$

より $t=0$ での 位置 $x(0) = x_0$
 速度 $v(0) = v_0$
 加速度 $a(0) = a_0$

力学

物体にはたらいている力

↓

ニュートンの第2法則 (運動方程式) 質量を介してこの2つを関係づける

↓

運動

加速度

↓

速度

↓

位置

微分 (Acceleration to Velocity), 積分 (Velocity to Position)

当面使うのは

$$\int a \cdot t^n dt = \frac{a}{n+1} t^{n+1} + C \quad (C \text{ は積分定数})$$

$$\int t dt = \frac{1}{2}t^2 + C \quad \int dt = t + C \quad \int dx = x + C \quad \text{等}$$

| 等加速度直線運動 | 等速直線運動 |
|---|-----------------------|
| 1. 加速度 $a: a = a_0 (=一定)$ | $a = 0 \text{ m/s}^2$ |
| 2. 速度 $v: v = v_0 + a_0 t \left(a = \frac{v-v_0}{t} \right)$ | $v = v_0 = 一定$ |
| 3. 位置 $x: x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a_0 t^2$ | $x = x_0 + v_0 t$ |
| 4. 移動距離 $s: s = x - x_0 = v_0 t + \frac{1}{2} a_0 t^2$ | $s = x - x_0 = v_0 t$ |

$v_0 =$ 初速度($t=0$ での速度) $x_0(t=0$ での位置)

等加速度直線運動 (加速度 \Rightarrow 速度)

2. 速度 $v: v = v_0 + a_0 t \quad (a_0 = \frac{v-v_0}{t})$

$$a(t) = \frac{dv(t)}{dt} \Rightarrow \int a(t) dt = \int \frac{dv(t)}{dt} dt \Rightarrow \int a(t) dt = \int dv$$

$a(t) = a_0$:一定(等加速度運動)

$$\int a_0 dt = \int dv \quad t=0 \text{で } v = v_0 \text{ とすると}$$

$$a_0 t + C_0 = v + C_1 \quad \boxed{v = v_0 + a_0 t}$$

$$a_0 t + C = v \quad (C = C_0 - C_1)$$

等加速度直線運動 $x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a_0 t^2 \quad (t=0 \text{で } x=x_0 \text{ とする})$

(速度 \Rightarrow 位置)

$$v(t) = \frac{dx(t)}{dt} \Rightarrow \int v(t) dt = \int \frac{dx(t)}{dt} dt \Rightarrow \int v(t) dt = \int dx$$

例 $a(t) = a_0$:一定 $t=0$ で $v = v_0$

$$\boxed{v = v_0 + a_0 t}$$

$$\int (v_0 + a_0 t) dt = \int dx$$

$$\frac{1}{2} a_0 t^2 + v_0 t + C = x$$

$t=0$ で $x = x_0$ とすると $C = x_0$

$$\boxed{x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a_0 t^2}$$

(速度 \Rightarrow 位置)

等加速度運動の移動距離

物体の移動距離はv-tグラフで時間軸とグラフで囲まれた面積

$$\text{移動距離 } s = v_0 t + \frac{1}{2} a_0 t \times t = v_0 t + \frac{1}{2} a_0 t^2$$

$t=0$ で $x = x_0$

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a_0 t^2$$

$$\boxed{v = v_0 + a_0 t}$$

| 等加速度直線運動 | 等速直線運動 |
|---|-----------------------|
| 1. 加速度 $a: a = a_0 (=一定)$ | $a = 0 \text{ m/s}^2$ |
| 2. 速度 $v: v = v_0 + a_0 t \left(a = \frac{v-v_0}{t} \right)$ | $v = v_0 = 一定$ |
| 3. 位置 $x: x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a_0 t^2$ | $x = x_0 + v_0 t$ |
| 4. 移動距離 $s: s = x - x_0 = v_0 t + \frac{1}{2} a_0 t^2$ | $s = x - x_0 = v_0 t$ |

$v_0 =$ 初速度($t=0$ での速度) $x_0(t=0$ での位置)

問4

地球表面付近で、すべての物体は下向きに約 9.8m/s^2 で加速して運動する。(重力加速度)

地表から高さ44.1mの位置にある物体を静かに放したところ、物体は下方向に運動した。(ただし、上向きを正の方向とする。)

- 物体を放してから2秒後の物体の速度は何m/sか?
- 物体を放してから2秒後の物体の位置は地表から何mの高さか?
- 物体を放してから地表に着くまでの時間は何か?

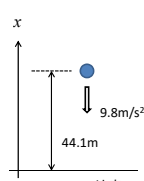
問4
地球表面付近で、すべての物体は下向きに約9.8m/s²で加速して運動する。
(重力加速度)

地表から高さ44.1mの位置にある物体を静かに放したところ、物体は下方向に運動した。
(ただし、上向きを正の方向とする。)

① 物体を放してから2秒後の物体の速度は何m/sか？

物体を放した瞬間の時刻 t を 0 とする。

$$v = v_0 + a_0 t \quad \left(a = \frac{v - v_0}{t} \right) \quad \text{より}$$

$$v = 0 - 9.8 \text{m/s}^2 \times 2 \text{s} = -19.6 \text{m/s}$$


よって $v = -19.6 \text{m/s}$

4・24

問4
地球表面付近で、すべての物体は下向きに約9.8m/s²で加速して運動する。
(重力加速度)

地表から高さ44.1mの位置にある物体を静かに放したところ、物体は下方向に運動した。
(ただし、上向きを正の方向とする。)

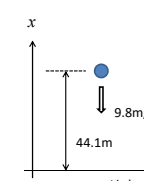
① 物体を放してから2秒後の物体の速度は何m/sか？

物体を放した瞬間の時刻 t を 0 とする。

$$a = \frac{dv}{dt} \Rightarrow -9.8 = \frac{dv}{dt} \Rightarrow -\int 9.8 dt = \int dv$$

$$\Rightarrow -9.8t + C = v$$

静かに放した $\Rightarrow t=0$ で $v=0 \Rightarrow C=0$

$$-9.8t = v \Rightarrow v = -9.8 \times 2 = -19.6$$


よって $v = -19.6 \text{m/s}$

問4
地球表面付近で、すべての物体は下向きに約9.8m/s²で加速して運動する。
(重力加速度)

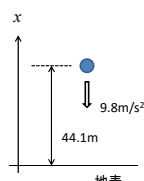
地表から高さ44.1mの位置にある物体を静かに放したところ、物体は下方向に運動した。
(ただし、上向きを正の方向とする。)

② 物体を放してから2秒後の物体の位置は地表から何mの高さか？

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a_0 t^2$$

$$t=0 \text{ で } x=44.1 \text{m} \quad t=0 \text{ で } v=0$$

$$x = 44.1 - \frac{1}{2} \times 9.8 \times t^2$$

$$x = 44.1 - \frac{1}{2} \times 9.8 \times 2^2 = 24.5 \text{m}$$


$x = 24.5 \text{m}$

問4
地球表面付近で、すべての物体は下向きに約9.8m/s²で加速して運動する。
(重力加速度)

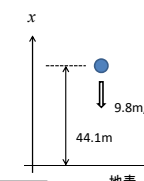
地表から高さ44.1mの位置にある物体を静かに放したところ、物体は下方向に運動した。
(ただし、上向きを正の方向とする。)

② 物体を放してから2秒後の物体の位置は地表から何mの高さか？

①より

$$-9.8t = v \quad \left\{ \begin{array}{l} \Rightarrow \frac{dx}{dt} = -9.8t \\ \Rightarrow -\int 9.8t dt = \int dx \end{array} \right. \quad x = -\frac{1}{2} \times 9.8t^2 + C$$

$$t=0 \text{ で } x=44.1 \text{m} \Rightarrow C=44.1 \text{m}$$

$$x = 44.1 - \frac{1}{2} \times 9.8 \times t^2 \quad x = 44.1 - \frac{1}{2} \times 9.8 \times 2^2 = 24.5 \text{m}$$


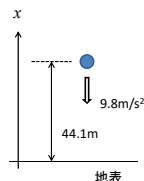
問4
地球表面付近で、すべての物体は下向きに約9.8m/s²で加速して運動する。
(重力加速度)

地表から高さ44.1mの位置にある物体を静かに放したところ、物体は下方向に運動した。
(ただし、上向きを正の方向とする。)

③ 物体を放してから地表に着くまでの時間は何か？

$$x = 44.1 - \frac{1}{2} \times 9.8t^2$$

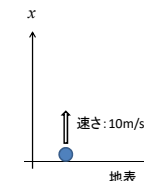
$$0 = 44.1 - \frac{1}{2} \times 9.8t^2$$

$$t = \sqrt{\frac{2 \times 44.1}{9.8}} = 3 \text{s}$$


問5
物体を地表から真上に速さ10m/sで放り上げた。
(ただし、上向きを正の方向とする。)

① 物体を放り上げてから2秒後の物体の速度は何m/sか？

② 物体を放り上げてから2秒後の物体の位置は地表から何mの高さか？



問5

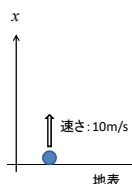
物体を地表から真上に速さ10m/sで放り上げた。
(ただし、上向きを正の方向とする。)

① 物体を放り上げてから2秒後の物体の速度は何m/sか？

$$v = v_0 + a_0 t \quad \left(a = \frac{v - v_0}{t} \right)$$

$$v = 10 - 9.8 \times t$$

$$v = 10 - 9.8 \text{m/s}^2 \times 2\text{s} = -9.6 \text{m/s}$$



問5

物体を地表から真上に速さ10m/sで放り上げた。
(ただし、上向きを正の方向とする。)

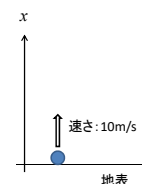
① 物体を放り上げてから2秒後の物体の速度は何m/sか？

$$a = \frac{dv}{dt} \Rightarrow -9.8 = \frac{dv}{dt} \Rightarrow -\int 9.8 dt = \int dv$$

$$\Rightarrow -9.8t + C = v$$

$$\Rightarrow v = -9.8 \times t + 10 \quad (t=0 \text{で } v=10 \text{m/s})$$

$$\Rightarrow v = -9.8 \times 2 + 10 = -9.6 \text{m/s}$$



問5

物体を地表から真上に速さ10m/sで放り上げた。
(ただし、上向きを正の方向とする。)

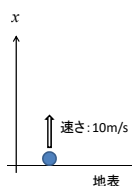
② 物体を放り上げてから2秒後の物体の位置は地表から何mの高さか？

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a_0 t^2$$

$$t=0 \text{で } x=0 \text{m} \quad t=0 \text{で } v=10 \text{ より}$$

$$x = 10 \times t - \frac{1}{2} \times 9.8 \times t^2$$

$$x = 10 \times 2 - \frac{1}{2} \times 9.8 \times 2^2 = 0.4 \text{m}$$



問5.

問4. 5大事

物体を地表から真上に速さ10m/sで放り上げた。
(ただし、上向きを正の方向とする。)

② 物体を放り上げてから2秒後の物体の位置は地表から何mの高さか？

$$\left. \begin{array}{l} v = -9.8t + 10 \\ v = \frac{dx}{dt} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{dx}{dt} = -9.8t + 10$$

$$\Rightarrow x = -\frac{1}{2} \times 9.8t^2 + 10t + C$$

$$\Rightarrow x = -\frac{1}{2} \times 9.8t^2 + 10t \quad (t=0 \text{で } x=0)$$

$$\Rightarrow x = -\frac{1}{2} \times 9.8 \times 2^2 + 10 \times 2 = 0.4 \text{m}$$

