

単振動

ばねの力 $F = -kx$ k :ばね定数(正の値)
 (復元力、弾性力) x :位置

運動方程式: $ma = F$

→ $ma = -kx$

→ $\frac{dv}{dt} = -\frac{k}{m}x$

→ $\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x$

$x(t)$ は2回微分ですと同じ関数で
符号が逆転する

単振動

ばねの力 $F = -kx$ k :ばね定数
 (復元力、弾性力) x :位置

運動方程式: $ma = F$

→ $ma = -kx$

→ $\frac{dv}{dt} = -\frac{k}{m}x$

→ $\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x$

A : 振幅
 ϕ : 初期位相
 ω [rad/s] : 角振動数
 (ω は m と k で決まる)
 A, ω, ϕ はある定数

$x(t) = A \sin(\omega t + \phi)$

↑

$x(t)$ は2回微分ですと同じ関数で
符号が逆転する → \sin と \cos

$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x$ 角振動数: ω [rad/s]
 振幅: A

$x(t) = A \sin(\omega t + \phi)$ より $\therefore \omega^2 = \frac{k}{m} \rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$

$\frac{dx}{dt} = A\omega \cos(\omega t + \phi)$

$\frac{d^2x}{dt^2} = -A\omega^2 \sin(\omega t + \phi)$

$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x$ 角振動数: ω [rad/s]
 振幅: A

$x(t) = A \sin(\omega t + \phi)$ より $\therefore \omega^2 = \frac{k}{m} \rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$

$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x$ 角振動数: ω [rad/s]
 振幅: A

$x(t) = A \sin(\omega t + \phi)$ より $\therefore \omega^2 = \frac{k}{m} \rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$

$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x$ 角振動数: ω [rad/s]
 振幅: A

$x(t) = A \sin(\omega t + \phi)$ より $\therefore \omega^2 = \frac{k}{m} \rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$

周期 T [s]:
 1回振動するのにかかる時間

$\omega T = 2\pi \rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$

振動数 f [1/s]=[Hz]:
 1sに振動する回数

$f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} \rightarrow \omega = 2\pi f$

角振動数: ω [rad/s]

速い振動
復元力 k が大
質量 m が小

振幅: A

$$\therefore \omega^2 = \frac{k}{m} \rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

周期 T [s]:
1回振動するのにかかる時間

$$\omega T = 2\pi \rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

振動数 f [1/s]=[Hz]:
1sに振動する回数

$$f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} \rightarrow \omega = 2\pi f$$

$x(t) = A \sin(\omega t + \phi)$

単振動は
円運動のy方向のみの運動

質量 m の物体に $F = -ky$ の復元力がはたらく \rightarrow 単振動

向心力 $F \rightarrow$ 向心力のy成分 $= -F \sin(\omega t) = -F \times (y/r) \rightarrow -ky$

$y = r \sin(\omega t)$

半径 r の円

$F = mr\omega^2$
 $F = rk$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

ω : 角速度、角振動数
 m : 質量

単振り子

$F = -mg \sin \theta$

$ma = F$ より

$m \frac{dv}{dt} = -mg \sin \theta$

$$\rightarrow \frac{d^2(L\theta)}{dt^2} = -g \sin \theta$$

弧の長さ $s = L\theta$

$\theta \rightarrow$ 小 $\rightarrow \frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{g}{L} \theta$ ($\sin \theta \rightarrow \theta$)

$y = \sin \theta$

拡大

ほとんど傾き1の直線 $\rightarrow y = \theta$

単振り子

$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{g}{L} \theta$

単振動

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x$$

$x(t) = A \sin(\omega t + \phi) = A \sin(\sqrt{\frac{k}{m}} t + \phi)$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

$\theta(t) = \theta_0 \sin(\sqrt{\frac{g}{L}} t + \phi)$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

周期はおもりの質量によらず、ひもの長さのみに依存する

問14 1秒間に1回振動するとき、振動数は **1** Hz、
周期は **1** s、角振動数は 2π rad/sであり、1秒間に4回振動するとき、振動数は **4** Hz、周期は **0.25** s、
角振動数は 8π rad/sである。

問15
ばね定数が k [N/m]のばねの一端を天井に固定し、他端に質量 m [kg]の小球Aを取り付けて静かに放したところ、ばねは伸びた状態であつた。ただし、重力加速度の大きさを g [m/s²]とする。

(1) つりあいの位置にあるとき、ばねの自然長からの伸びはいくらか。

$$kx_0 = -mg \Rightarrow x_0 = \frac{-mg}{k}$$

よって、伸びは $\frac{mg}{k}$

(2) つりあいの位置からさらにばねを l [m]のばしたとき、Aにはたらく弾性力の大きさはいくらか。

問15
ばね定数が k [N/m]のばねの一端を天井に固定し、他端に質量 m [kg]の小球Aを取り付けて静かに放したところ、ばねは伸びた状態であつた。ただし、重力加速度の大きさを g [m/s²]とする。

(1) つりあいの位置にあるとき、ばねの自然長からの伸びはいくらか。

$$kx_0 = -mg \Rightarrow x_0 = \frac{-mg}{k}$$

よって、伸びは $\frac{mg}{k}$

(2) つりあいの位置からさらにばねを l [m]のばしたとき、Aにはたらく弾性力の大きさはいくらか。

$$\text{弾性力 } F_t = k\left(\frac{mg}{k} + l\right) = mg + kl$$

問15
ばね定数が k [N/m]のばねの一端を天井に固定し、他端に質量 m [kg]の小球Aを取り付けて静かに放したところ、ばねは伸びた状態であつた。ただし、重力加速度の大きさを g [m/s²]とする。

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = -kx - mg = -k\left(x + \frac{mg}{k}\right)$$

$$m \frac{d^2\left(x + \frac{mg}{k}\right)}{dt^2} = -k\left(x + \frac{mg}{k}\right)$$

$x + \frac{mg}{k} = y$

$$m \frac{d^2y}{dt^2} = -ky \Rightarrow y = -l \cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}} \cdot t\right)$$

$$y = A \sin\left(\sqrt{\frac{k}{m}} \cdot t + \phi\right)$$

問15
ばね定数が k [N/m]のばねの一端を天井に固定し、他端に質量 m [kg]の小球Aを取り付けて静かに放したところ、ばねは伸びた状態であつた。ただし、重力加速度の大きさを g [m/s²]とする。

(3) (2)の状態からAを静かにはずすと、Aは単振動した。このときのAの単振動の周期はいくらか。

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \quad y = -l \cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}} \cdot t\right)$$

問15
ばね定数が k [N/m]のばねの一端を天井に固定し、他端に質量 m [kg]の小球Aを取り付けて静かに放したところ、ばねは伸びた状態であつた。ただし、重力加速度の大きさを g [m/s²]とする。

(3) (2)の状態からAを静かにはずすと、Aは単振動した。このときのAの単振動の周期はいくらか。

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \quad y = -l \cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}} \cdot t\right)$$

4) Aが単振動を始めてから最初につりあいの位置を通過するときの瞬間の速さはいくらか。

$$v = \frac{dy}{dt} = l \sqrt{\frac{k}{m}} \sin\left(\sqrt{\frac{k}{m}} \cdot t\right) \quad \text{最初に通過するのは } T/4 \text{ なので}$$

$$v = l \sqrt{\frac{k}{m}} \sin \frac{\pi}{2} = l \sqrt{\frac{k}{m}}$$