力学

物体にはたらいている力

↓

ニュートンの第2法則（運動方程式）

質量を介してこの2つを関係づける

$m\vec{a} = \vec{F}$

$\vec{a} = \dfrac{\vec{F}}{m}$

↓

運動

加速度 ↓ 速度 ↓ 位置

微分　微分　積分　積分

$\vec{a} = \dfrac{\vec{F}}{m}$

	はたらく力が一定（等加速度直線運動）	積分	はたらく力が0（等速直線運動）
1. 加速度 a:	$a =$ 一定	積分	$a = 0$
2. 速度 v:	$v = at + v_0$	積分	$v = v_0 =$ 一定
3. 位置 x:	$x = \dfrac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0$		$x = v_0 t + x_0$
4. 移動距離 s:	$s = x - x_0 = \dfrac{1}{2}at^2 + v_0 t$		$s = v_0 t$

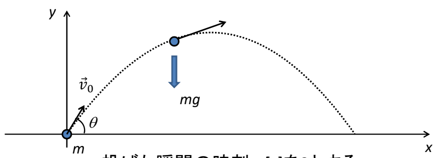
$v_0 =$ 初速度（$t = 0$での速度）　x_0（$t = 0$での位置）

放物運動　（テキスト p47）

水平面に対して角 θ で質量 m の物体をv_0の速さで投げる。
空気抵抗などは無視できるとしてこの物体の運動を考える。

力がわかる → 加速度がわかる → 速度がわかる → 位置がわかる

物体にはたらいている力：下向きに大きさmgの重力のみ

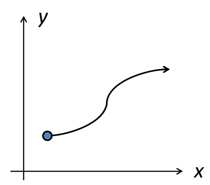


投げた瞬間の時刻 t [s]を0とする

平面（2次元）の運動

平面の運動は力、速度、加速度などを
x方向とy方向の各成分にわけて考える

$\vec{F} = (F_x, F_y)$
$\vec{a} = (a_x, a_y)$
$\vec{v} = (v_x, v_y)$
$\vec{r} = (x, y)$



運動方程式

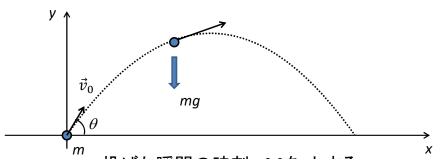
$ma_x = F_x$
$ma_y = F_y$

放物運動　（テキスト p47）

水平面に対して角 θ で質量 m の物体をv_0の速さで投げる。
空気抵抗などは無視できるとしてこの物体の運動を考える。

力がわかる → 加速度がわかる → 速度がわかる → 位置がわかる

物体にはたらいている力：下向きに大きさmgの重力のみ



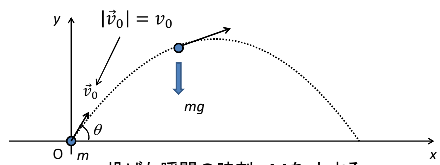
投げた瞬間の時刻 t [s]を0とする

放物運動

平面の運動は力、速度、加速度などを
x方向とy方向の各成分にわけて考える

力：$\vec{F} = (F_x, F_y) = (0, -mg)$　速度：$\vec{v} = (v_x, v_y)$

加速度：$\vec{a} = (a_x, a_y)$　位置：$\vec{r} = (x, y)$



投げた瞬間の時刻 t [s]を0とする

水平運動，鉛直運動 ：それぞれを計算して合成する

$\vec{F} = (F_x, F_y) = (0, -mg)$

$a_x = \frac{F_x}{m}$ → $a_x = 0$ 等速運動

$a_y = \frac{F_y}{m}$ → $a_y = -g$ 等加速度運動

問10（1）

x 方向（水平方向）

力：$F_x = 0$　加速度：$a_x = \frac{F_x}{m} = 0$　速度：$v_x = \int 0 dt$　$v_x = C$

問10（2）

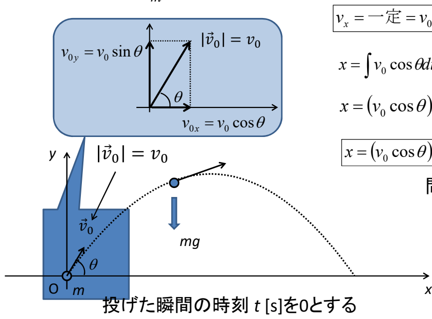
$\boxed{v_x = 一定 = v_0 \cos\theta}$

$x = \int v_0 \cos\theta dt$

$x = (v_0 \cos\theta)t + C$

$\boxed{x = (v_0 \cos\theta)t}$

問10（3）



投げた瞬間の時刻 t [s]を0とする

y 方向（鉛直方向）

力：$F_y = -mg$　加速度：$a_y = \frac{F_y}{m} = \frac{-mg}{m} = -g$　速度：$v_y = -\int g dt$

$v_y = -gt + C$

問10（2）

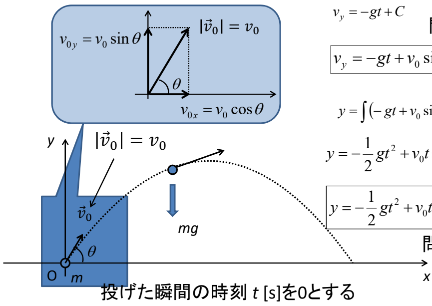
$\boxed{v_y = -gt + v_0 \sin\theta}$

$y = \int (-gt + v_0 \sin\theta) dt$

$y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 t \sin\theta + C$

$\boxed{y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 t \sin\theta}$

問10（3）



投げた瞬間の時刻 t [s]を0とする

軌跡

	鉛直方向（y方向）の運動	水平方向（x方向）の運動
加速度	$a_y = -g$	$a_x = 0$
速度	$v_y = v_0 \sin\theta - gt$	$v_x = v_0 \cos\theta$
位置	$y = v_0 t \sin\theta - \frac{1}{2}gt^2$	$x = v_0 t \cos\theta$

t を消去する　$\left(t = \frac{x}{v_0 \cos\theta}\right)$

$$y = -\frac{g}{2v_0^2 \cos^2\theta}x^2 + \frac{v_0 \sin\theta}{v_0 \cos\theta}x$$

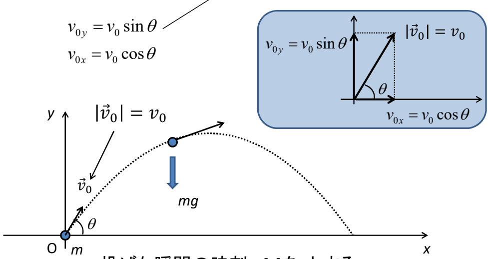
$$\Rightarrow y = -\frac{g}{2v_0^2 \cos^2\theta}x^2 + \tan\theta \cdot x$$

軌跡

$y = -\frac{g}{2v_0^2 \cos^2\theta}x^2 + \tan\theta \cdot x$　あるいは、　$y = -\frac{g}{2v_{0x}^2}x^2 + \frac{v_{0y}}{v_{0x}}x$

$v_{0y} = v_0 \sin\theta$

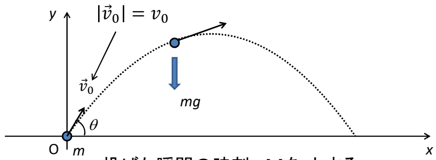
$v_{0x} = v_0 \cos\theta$



投げた瞬間の時刻 t [s]を0とする

問10（4）

放物運動において，水平方向の到達距離b を求めなさい。
また，最高到達高度d を求めなさい



投げた瞬間の時刻 t [s]を0とする

問10（4）

放物運動において，水平方向の到達距離bを求めなさい。
また，最高到達高度dを求めなさい

問10（4）

放物運動において，水平方向の到達距離bを求めなさい。

問10（4）

高さが0 → y=0

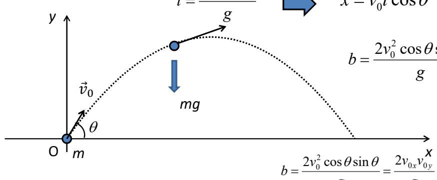
$$\boxed{\begin{aligned} x &= v_0 t\cos\theta \\ y &= v_0 t\sin\theta - \frac{1}{2}gt^2 \end{aligned}}$$

$$y = v_0 t\sin\theta - \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow 0 = v_0 t\sin\theta - \frac{1}{2}gt^2$$

$$\Rightarrow 0 = t\left(v_0\sin\theta - \frac{1}{2}gt\right) \Rightarrow t = 0 \quad \text{or} \quad \left(v_0\sin\theta - \frac{1}{2}gt\right) = 0$$

$$t = \frac{2v_0\sin\theta}{g} \Rightarrow x = v_0 t\cos\theta$$ に代入

$$b = \frac{2v_0^2\cos\theta\sin\theta}{g}$$



$$b = \frac{2v_0^2\cos\theta\sin\theta}{g} = \frac{2v_{0x}v_{0y}}{g}$$

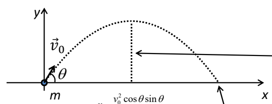
問10（4）最高到達高度dを求めなさい

$$v_y = v_0\sin\theta - gt \qquad v_x = v_0\cos\theta$$

$$y = v_0 t\sin\theta - \frac{1}{2}gt^2 \qquad x = v_0 t\cos\theta$$

高さが最大 → $v_y = 0$ → $t = \dfrac{v_0\sin\theta}{g}$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = \dfrac{v_0^2\cos\theta\sin\theta}{g} \\ y = \dfrac{v_0^2\sin^2\theta}{2g} = \dfrac{v_{0y}^2}{2g} \end{cases}$$



$$x = \frac{v_0^2\cos\theta\sin\theta}{g}$$

$$b = \frac{2v_0^2\cos\theta\sin\theta}{g} = \frac{2v_{0x}v_{0y}}{g}$$

$$\boxed{d = \frac{v_0^2\sin^2\theta}{2g} = \frac{v_{0y}^2}{2g}}$$

問10（4）

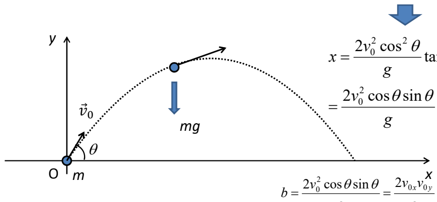
軌跡

高さが0 → y=0

$$y = -\frac{g}{2v_0^2\cos^2\theta}x^2 + \tan\theta\cdot x \Rightarrow 0 = -\frac{g}{2v_0^2\cos^2\theta}x^2 + \tan\theta\cdot x$$

$$\Rightarrow 0 = -x\cdot\left(\frac{g}{2v_0^2\cos^2\theta}x - \tan\theta\right) \Rightarrow x = 0 \quad \text{or} \quad \left(\frac{g}{2v_0^2\cos^2\theta}x - \tan\theta\right) = 0$$

$$x = \frac{2v_0^2\cos^2\theta}{g}\tan\theta = \frac{2v_0^2\cos\theta\sin\theta}{g} = \frac{v_0^2\sin 2\theta}{g}$$



$$b = \frac{2v_0^2\cos\theta\sin\theta}{g} = \frac{2v_{0x}v_{0y}}{g}$$

問10（4）最高到達高度dを求めなさい

$$y = -\frac{g}{2v_0^2\cos^2\theta}x^2 + \tan\theta\cdot x \qquad \cdots\text{(a)}$$

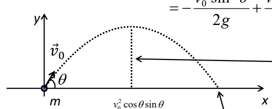
高さが最大 → yが最大 → yをxで微分して0

$$y'(x) = -\frac{g}{v_0^2\cos^2\theta}x + \tan\theta = 0 \Rightarrow x = \frac{v_0^2\cos\theta\sin\theta}{g}$$

(a)に代入

$$\Rightarrow y = -\frac{g}{2v_0^2\cos^2\theta}\left(\frac{v_0^2\cos\theta\sin\theta}{g}\right)^2 + \tan\theta\cdot\frac{v_0^2\cos\theta\sin\theta}{g}$$

$$= -\frac{v_0^2\sin^2\theta}{2g} + \frac{v_0^2\sin^2\theta}{g} = \frac{v_0^2\sin^2\theta}{2g}$$



$$x = \frac{v_0^2\cos\theta\sin\theta}{g}$$

$$b = \frac{2v_0^2\cos\theta\sin\theta}{g} = \frac{2v_{0x}v_{0y}}{g}$$

$$\boxed{d = \frac{v_0^2\sin^2\theta}{2g} = \frac{v_{0y}^2}{2g}}$$