摩擦力

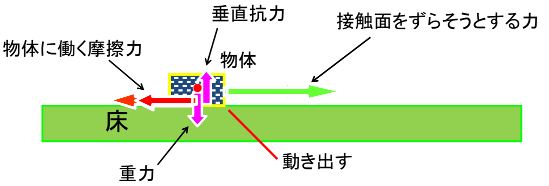
原因

・物体の表面の分子同士の引力

・表面の引っかかり

摩擦力で物体が動かない → 力の合力＝0

→ ずらそうとする力の大きさ＝摩擦力



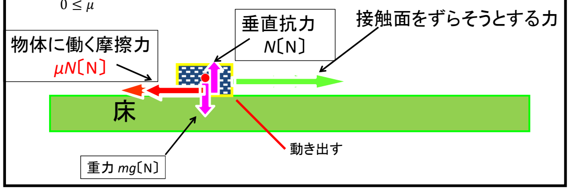
最大静止摩擦力

摩擦力に逆らって動き始めるときの力の大きさ **F**〔N〕を **最大静止摩擦力**という

垂直抗力N〔N〕のとき，Nに比例した最大静止摩擦力F_0がはたらく.

$\boxed{F_0 = \mu N}$ μ：静止摩擦係数（接触する物体の種類と表面状態で決まる）

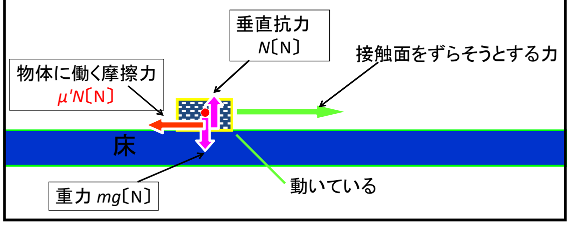
$0 \le \mu$



動摩擦力

動摩擦力F'：摩擦面が滑り合っているとき受ける摩擦力

動摩擦係数 μ'として $\boxed{F' = \mu' N}$ 但し、$\mu' < \mu$

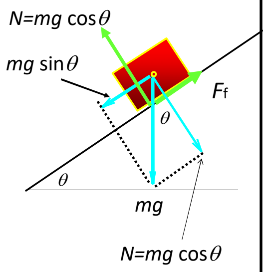


摩擦のある（あらい）斜面

- 最大摩擦力 F_fは，物体に斜面から働く垂直抗力 N に比例する

（最大静止摩擦係数をμとすると）

$F_f = \mu mg \cos\theta$



摩擦のある（あらい）斜面

- 最大摩擦力 F_fは，物体に斜面から働く垂直抗力 N に比例する

（最大静止摩擦係数をμとすると）

$F_f = \mu mg \cos\theta$

- 物体が斜面を滑らないとき，

摩擦力の大きさ＝重力の斜面方向

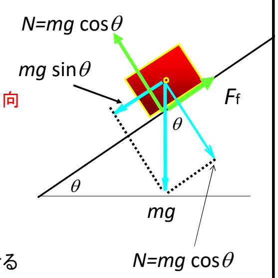
$= mg \sin\theta$

- 滑り落ちるとき

$mg \sin\theta > \mu\, mg \cos\theta$

■動摩擦力＜最大静止摩擦力

→滑り始めるとそのまま滑り続ける



摩擦のある（あらい）斜面

4・17

- 最大摩擦力 F_fは，物体に斜面から働く垂直抗力 N に比例する

（最大静止摩擦係数をμとすると）

$F_f = \mu mg \cos\theta$

- 物体が斜面を滑らないとき，

摩擦力の大きさ＝重力の斜面方向

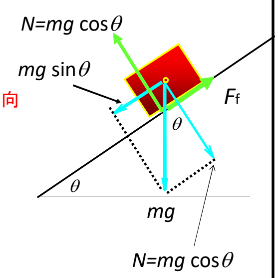
$= mg \sin\theta$

- 滑り落ちるとき

$mg \sin\theta > \mu\, mg \cos\theta$

斜面の傾きを徐々に大きくし滑り始めるときの角度をθ_0とすると

$mg \sin\theta_0 = \mu mg \cos\theta_0$ ➡ $\mu = \dfrac{mg \sin\theta_0}{mg \cos\theta_0} = \tan\theta_0$



例

水平面との角度が θ で、動摩擦係数が μ' の粗い斜面を滑り降りている質量 m〔kg〕の物体がある。ただし，重力加速度の大きさを g とする。

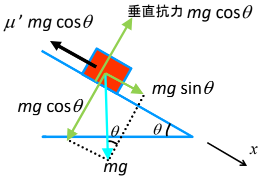
- 垂直抗力を求めよ。
- 動摩擦力はいくらか
- 斜面に沿った方向の加速度を a として運動方程式を立てよ $m\vec{a} = \vec{F}$
- 任意の時刻 t での速さを求めよ
  ただし、時刻 t=0 で速さを v_0 とする。
- 任意の時刻 t での位置 x を求めよ。
  ただし、時刻 t=0 で位置を x_0 とする。

$ma = mg\sin\theta - \mu' mg\cos\theta$

$a = g(\sin\theta - \mu'\cos\theta)$

$v = g(\sin\theta - \mu'\cos\theta)t + v_0$

$x = (1/2)g(\sin\theta - \mu'\cos\theta)t^2 + v_0 t + x_0$



問8

(1) 小物体を静かに放してから点Aに到着するまでの時間を求めよ。

$a = g(\sin\theta - \mu'_1\cos\theta)$

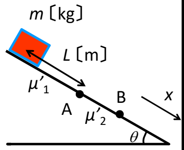
$v = g(\sin\theta - \mu'_1\cos\theta)t + v_0$　（静かに放した：v_0=0）

→ $v = g(\sin\theta - \mu'_1\cos\theta)t$

$x = (1/2)g(\sin\theta - \mu'_1\cos\theta)t^2 + x_0$　（移動距離が L：$x - x_0 = L$）

$L = (1/2)g(\sin\theta - \mu'_1\cos\theta)t^2$

→ $t = \sqrt{\dfrac{2L}{g(\sin\theta - \mu'_1\cos\theta)}}$



問8

(2) 点Aでの小物体の速さを求めよ。

$a = g(\sin\theta - \mu'_1\cos\theta)$

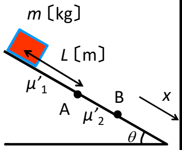
$v = g(\sin\theta - \mu'_1\cos\theta)t + v_0$　（静かに放した：v_0=0）

→ $v = g(\sin\theta - \mu'_1\cos\theta)t$

$x = (1/2)g(\sin\theta - \mu'_1\cos\theta)t^2 + x_0$　（移動距離が L：$x - x_0 = L$）

$L = (1/2)g(\sin\theta - \mu'_1\cos\theta)t^2$

→ $t = \sqrt{\dfrac{2L}{g(\sin\theta - \mu'_1\cos\theta)}}$



問8

(2) 点Aでの小物体の速さを求めよ。

$$v_A = g(\sin\theta - \mu'_1\cos\theta)\sqrt{\frac{2L}{g(\sin\theta - \mu'_1\cos\theta)}}$$

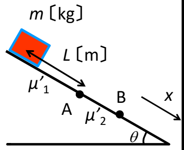
$$= \sqrt{2Lg(\sin\theta - \mu'_1\cos\theta)}$$

→ $v = g(\sin\theta - \mu'_1\cos\theta)t$

$x = (1/2)g(\sin\theta - \mu'_1\cos\theta)t^2 + x_0$　（移動距離が L：$x - x_0 = L$）

$L = (1/2)g(\sin\theta - \mu'_1\cos\theta)t^2$

→ $t = \sqrt{\dfrac{2L}{g(\sin\theta - \mu'_1\cos\theta)}}$



問8

(2) 点Aでの小物体の速さを求めよ。

$$v_A = g(\sin\theta - \mu'_1\cos\theta)\sqrt{\frac{2L}{g(\sin\theta - \mu'_1\cos\theta)}}$$

$$= \sqrt{2Lg(\sin\theta - \mu'_1\cos\theta)}$$

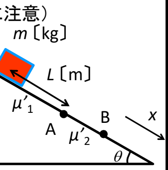
(3) 点Aを通過してから静止するまでの時間を求めよ。

$v = g(\sin\theta - \mu'_2\cos\theta)t + v_A$　（$\sin\theta - \mu'_2\cos\theta < 0$　に注意）

静止：　$0 = g(\sin\theta - \mu'_2\cos\theta)t + v_A$

$$\sqrt{2Lg(\sin\theta - \mu'_1\cos\theta)} = g(\mu'_2\cos\theta - \sin\theta)t$$

$$t = \frac{\sqrt{2Lg(\sin\theta - \mu'_1\cos\theta)}}{g(\mu'_2\cos\theta - \sin\theta)}$$



問8

(4) AB間の距離を求めよ。

$$x = \frac{1}{2}g(\sin\theta - \mu'_2\cos\theta)t^2 + v_A t + x_0$$

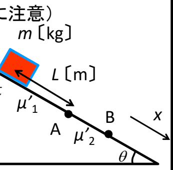
(3) 点Aを通過してから静止するまでの時間を求めよ。

$v = g(\sin\theta - \mu'_2\cos\theta)t + v_A$　（$\sin\theta - \mu'_2\cos\theta < 0$　に注意）

静止：　$0 = g(\sin\theta - \mu'_2\cos\theta)t + v_A$

$$\sqrt{2Lg(\sin\theta - \mu'_1\cos\theta)} = g(\mu'_2\cos\theta - \sin\theta)t$$

$$t = \frac{\sqrt{2Lg(\sin\theta - \mu'_1\cos\theta)}}{g(\mu'_2\cos\theta - \sin\theta)}$$



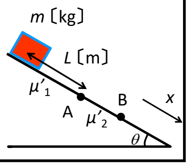
問8

(4) AB間の距離を求めよ。

$$x = \frac{1}{2} g(\sin\theta - \mu'_2 \cos\theta) t^2 + v_A t + x_0$$

$$x - x_0 = \frac{1}{2} g(\sin\theta - \mu'_2 \cos\theta) \frac{2Lg(\sin\theta - \mu'_1 \cos\theta)}{g^2(\mu'_2 \cos\theta - \sin\theta)^2}$$

$$+\sqrt{2Lg(\sin\theta - \mu'_1 \cos\theta)} \times \frac{\sqrt{2Lg(\sin\theta - \mu'_1 \cos\theta)}}{g(\mu'_2 \cos\theta - \sin\theta)}$$



$$t = \frac{\sqrt{2Lg(\sin\theta - \mu'_1 \cos\theta)}}{g(\mu'_2 \cos\theta - \sin\theta)}$$

問8

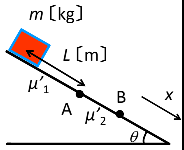
(4) AB間の距離を求めよ。

$$x = \frac{1}{2} g(\sin\theta - \mu'_2 \cos\theta) t^2 + v_A t + x_0$$

$$x - x_0 = \frac{1}{2} g(\sin\theta - \mu'_2 \cos\theta) \frac{2Lg(\sin\theta - \mu'_1 \cos\theta)}{g^2(\mu'_2 \cos\theta - \sin\theta)^2}$$

$$+\sqrt{2Lg(\sin\theta - \mu'_1 \cos\theta)} \times \frac{\sqrt{2Lg(\sin\theta - \mu'_1 \cos\theta)}}{g(\mu'_2 \cos\theta - \sin\theta)}$$

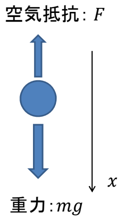
$$= L \frac{\sin\theta - \mu'_1 \cos\theta}{\mu'_2 \cos\theta - \sin\theta}$$



(5)

(μ'_1) < ($\tan\theta$) < (μ'_2)

空気抵抗がはたらく場合



・粘性抵抗：速度に比例（遅い場合）

・慣性抵抗：速度の2乗に比例（速い場合）

ここでは、粘性抵抗のみを考える

運動方程式

$$ma = mg - kv \longrightarrow a = g - \frac{kv}{m}$$

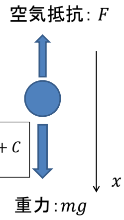
速さが0から大きくなると加速度小さくなる。

加速度が0なると速さは一定値 $\longrightarrow$ 終端速度 : v_∞

$$0 = g - \frac{kv_\infty}{m} \longrightarrow \boxed{v_\infty = \frac{mg}{k}}$$

問9 (1)

問9 (2)　4・23



$$ma = mg - kv \longrightarrow a = g - \frac{kv}{m}$$

$$\longrightarrow \frac{dv}{dt} = g - \frac{kv}{m} \longrightarrow \frac{dv}{dt} = -\frac{k}{m}\left(v - \frac{mg}{k}\right)$$

$$\longrightarrow \int \frac{1}{v - \frac{mg}{k}} dv = -\int \frac{k}{m} dt \qquad \boxed{\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C}$$

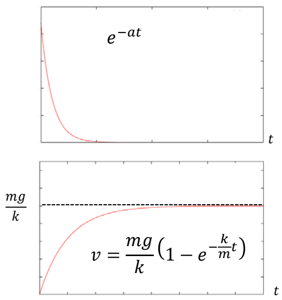
$$\longrightarrow \ln\left|v - \frac{mg}{k}\right| = -\frac{k}{m} t + C$$

$$\longrightarrow \left|v - \frac{mg}{k}\right| = e^{-\frac{k}{m}t + C} \longrightarrow v - \frac{mg}{k} = \pm e^{-\frac{k}{m}t + C}$$

$$\longrightarrow v = \frac{mg}{k} + Ae^{-\frac{k}{m}t}$$

Aは $t = 0$ での v で決まる　$\pm e^C = A$

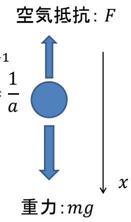
例えば、静かに放した $\longrightarrow$ $v = \frac{mg}{k} - \frac{mg}{k} e^{-\frac{k}{m}t}$ $\left(v = \frac{mg}{k}\left(1 - e^{-\frac{k}{m}t}\right)\right)$



時定数:

$e^{-at} = e^{-1}$

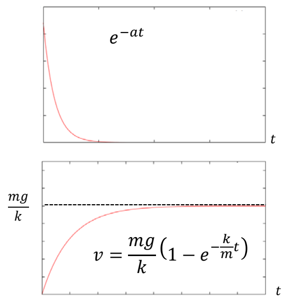
となる $t = \frac{1}{a}$



$$v = \frac{mg}{k} + Ae^{-\frac{k}{m}t}$$

Aは $t = 0$ での v で決まる

例えば、静かに放した $\longrightarrow$ $v = \frac{mg}{k} - \frac{mg}{k} e^{-\frac{k}{m}t}$ $\left(v = \frac{mg}{k}\left(1 - e^{-\frac{k}{m}t}\right)\right)$



放射性物質の放射性崩壊

電気回路（RL回路、RC回路）

⋮

生物学

⋮

経済学

社会学

$$\frac{dv}{dt} = g - \frac{kv}{m}$$