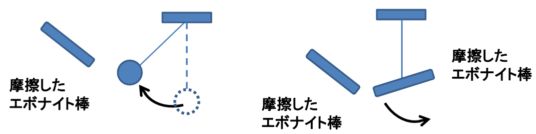
電磁気学

電荷とクーロン力（静電気力）

実験事実



2種類の力がある
（引力、斥力）
（重力は引力のみ）

電荷とクーロン力（静電気力）

力を生み出す元があるはず

→　電荷　（重力を生み出すもとは質量）
電荷の大きさ＝電気量：単位 **[C]**
（1Aの電流が1秒間に運ぶ電荷）

2種類の力があるので、元も**2**種類あるはず

→　正の電荷
負の電荷

同種類の電荷の間には斥力が作用し、
異種類の電荷の間には引力が作用する

素電荷

陽子（＋eの電気）

電子（－ e電気）

e＝1.60217733×10^{-19}C

電荷の持つ電気量＝e（素電荷）の整数倍

電荷とクーロン力（静電気力）

- 電荷の間にはたらく力の大きさF〔N〕

引力：＋と－の電気間
斥力：同符号の電気間

クーロンの法則

$$F = k_0 \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

q_1〔C〕　q_2〔C〕
F〔N〕　r〔m〕　F〔N〕

$k_0 = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9.0\times10^{9}$〔N・m²/C²〕　$\varepsilon_0 = 8.854\times10^{-12}$〔C²/(N・m²)〕

k_0クーロンの比例定数：　ε_0　真空の誘電率
電荷の間に気体や液体があるとクーロン力は小さくなる
（誘電率が真空中より大きい）

電場（＝電界）

遠隔作用の描像

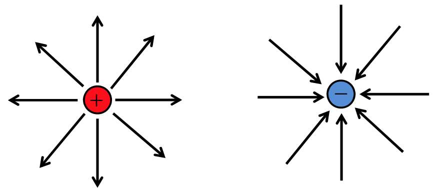
クーロンの法則によると、
距離 ***r*** 離れた電荷同士は力を及ぼしあう

近接作用の描像

電荷があるとその周りに場ができる。
場の中に別の電荷があると、
その位置での場から電荷は力を受ける。

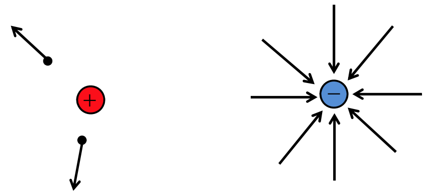
1つの電荷による電場の様子

- 強さと、向きで表される　＝ベクトル量
- 正電荷による電場　→　外向きの放射状
- 負電荷　　　　　　→　内向きの放射状

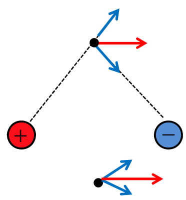


1つの電荷による電場の様子

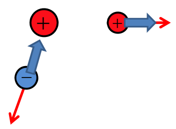
- 強さと、向きで表される　＝ベクトル量
- 正電荷による電場　→　外向きの放射状
- 負電荷　　　　　　→　内向きの放射状



2個以上の電荷による電場はベクトルの和として求める



電場の中に別の電荷があると、
その位置で電場から電荷は力を及ぼされる。



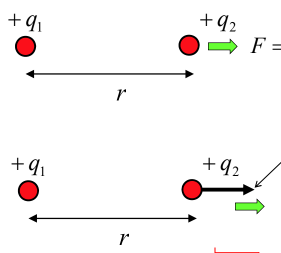
正の電荷は電場の方向の力を受ける

負の電荷は電場の方向と逆の方向に力を受ける

大きさは電気量に比例する

電場

クーロンの法則



$F = k_0 \frac{q_1 q_2}{r^2}$

$\vec{E}$

$\vec{F} = q_2 \vec{E}$

$F = \boxed{k_0 \frac{q_1 q_2}{r^2}} \Rightarrow \boxed{E = k_0 \frac{q_1}{r^2}}$

電荷は周りに電場（＝電界）を作る

- 電荷があるとその周りに場ができる。
- 電場中に置かれた電荷は、電場から力を受ける
- 点電荷q_1〔C〕から距離r〔m〕の点の電場Eは

$$\boxed{E = k\frac{q_1}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1}{r^2}}$$

- この点に電荷q_2を置いたとき、電荷の間に働く力

$F = q_2 E$ ➡ $\vec{F} = q_2 \vec{E}$
ベクトルで

$\boxed{F = k_0 \frac{q_1 q_2}{r^2}}$ クーロンの法則

電荷は周りに電場（＝電界）を作る

– 電荷があるとその周りに場ができる。
– 電場中に置かれた電荷は、電場から力を受ける
– 点電荷q_1〔C〕から距離r〔m〕の点の電場Eは

$$\boxed{E = k\frac{q_1}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1}{r^2}}$$

– この点に電荷q_2を置いたとき、電荷の間に働く力

$$F = q_2 E \Rightarrow \vec{F} = q_2\vec{E}$$

ベクトルで

$$\boxed{F = k_0\frac{q_1 q_2}{r^2}}$$ クーロンの法則

– 電場の単位：N/ C（ニュートン毎クーロン），または V/ m（Vは後で述べる）

例

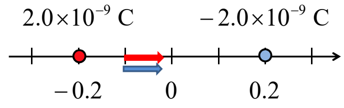
x 軸上の-0.20[m]に点電荷 2.0×10^{-9} C を固定し、点0.20[m]に点電荷 -2.0×10^{-9} C を固定した。

点-0.10[m]での電場の強さを答え。向きを図示せよ。

$$\boxed{E = k_0\frac{q_1}{r^2}}$$

$$E = 9.0\times10^9\,\frac{2.0\times10^{-9}}{0.1^2} + 9.0\times10^9\,\frac{2.0\times10^{-9}}{0.3^2}$$

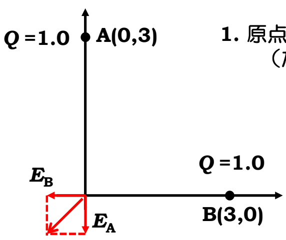
$$= 2.0\times10^3\ \mathrm{N/C}$$



問　6・26

2個の電荷による電場の合成はベクトルの和

$$\boxed{E = k\frac{Q}{r^2}}$$



1. 原点における電場の強さと方向は？（ただし、**k=9.0×10⁹Nm²/C²**)

E_A=9.0×10⁹/3.0² = 1.0×10⁹

E_B=9.0×10⁹/3.0² = 1.0×10⁹

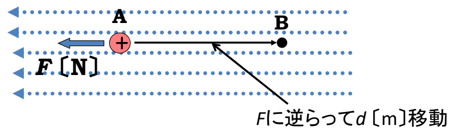
$$\vec{E} = \vec{E_A} + \vec{E_B}$$ より

向きは**(-1,-1)** で,強さは
E = 1.4×10⁹N/C
（$\sqrt{2}\times10^9$）

電圧と電位差

- 一様な電場中で電荷の位置をAからBに移動
  → 仕事が必要
  仕事は位置エネルギーとして蓄えられる

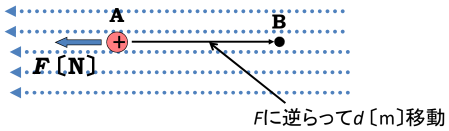
電場



電圧と電位差

- 一様な電場中で電荷の位置をAからBに移動
  → 仕事が必要
  仕事は位置エネルギーとして蓄えられる

電場

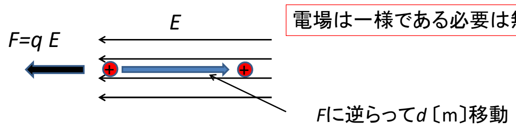


- 必要な仕事W〔J〕は
  電荷に働く力F〔N〕，移動距離d〔m〕として
  $W = F d$

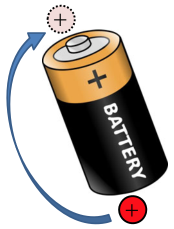
電位（電圧＝電位差）は位置エネルギー

$W = F d$ （仕事＝力×移動距離）
（q〔C〕の電荷が電場　E〔V/m〕から受ける力　F〔N〕=qE）
$W = q E d$
$V = E d$　：（電圧＝電場×距離）とする
$W = q V$〔J〕：電気量q〔C〕が電位差（電圧）V〔V〕の間を移動させるのに必要な仕事
電位差（電位）単位：V（ボルト）
電圧　＝　1Cの電荷を移動させるのに必要な仕事
1Vの電位差間を1Cの電気が移動　＝　1Jの仕事

電場は一様である必要は無い。



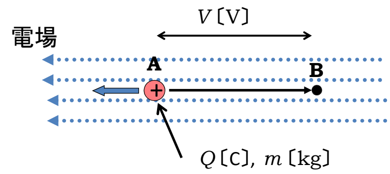
1.5Vの乾電池



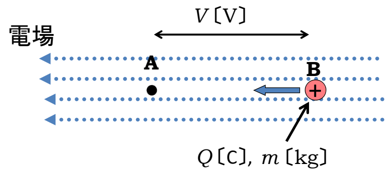
1.0 Cの電荷をマイナスからプラスに移動させるのに必要な仕事は

$W = qV = 1.0\text{C} \times 1.5\text{V} = 1.5\text{J}$

電場中で電荷の位置をAからBに移動
→ 仕事は位置エネルギーとして蓄えられる（W=QV〔J〕）

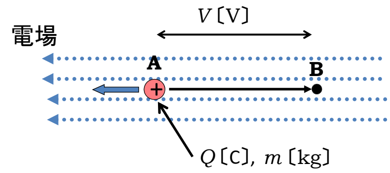


電場中で電荷の位置をAからBに移動
→ 仕事は位置エネルギーとして蓄えられる（W=QV〔J〕）



B点で電荷を静かに放す。

電場中で電荷の位置をAからBに移動
→ 仕事は位置エネルギーとして蓄えられる（W=QV〔J〕）



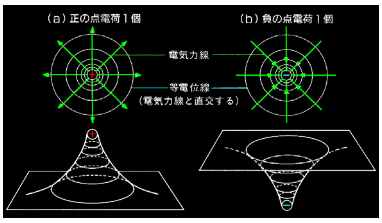
B点で電荷を静かに放す。
⇒電場から力を受けてBからAに運動。
⇒（速度が増して）運動エネルギーとなる。

$$\boxed{QV = \frac{1}{2}mv^2}$$

孤立した点電荷の周りの電位

電位: 電場中にある1Cの電荷の持つ位置エネルギー
（電位は2点間の電位差が重要。どこを0にしても良い。
→無限遠を基準）

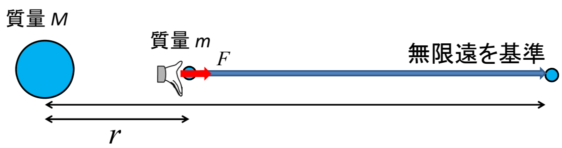
正の電荷に近づくほど電位は高い → 電位の山
負の電荷に近づくほど電位は低い → 電位の谷



孤立した点電荷の周りの電位

電位: 電場中にある1Cの電荷の持つ位置エネルギー
（電位は2点間の電位差が重要。どこを0にしても良い。
→無限遠を基準）

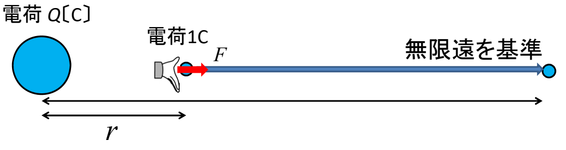
- 1Cの点電荷を無限遠から近づけることを考える



孤立した点電荷の周りの電位

電位: 電場中にある1Cの電荷の持つ位置エネルギー
（電位は2点間の電位差が重要。どこを0にしても良い。
→無限遠を基準）

- 1Cの点電荷を無限遠から近づけることを考える

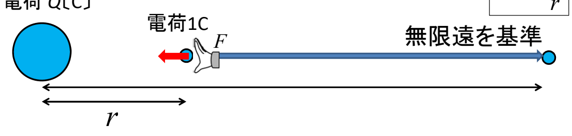


孤立した点電荷の周りの電位

電位: 電場中にある1Cの電荷の持つ位置エネルギー
（電位は2点間の電位差が重要。どこを0にしても良い。
→無限遠を基準）

- 1Cの点電荷を無限遠から近づけることを考える

$V = k\dfrac{Q}{r}$



$dV = -Edr$

$E = k\dfrac{Q}{r^2}$

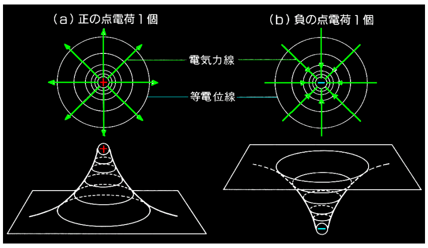
$$V = \int_{\infty}^{r} (-E)\,dr = -\int_{\infty}^{r} k\frac{Q}{r^2}dr = k\frac{Q}{r}$$

等電位線と電場

電位はスカラー量であり、単純に加減算できる

電位の勾配の最も急な向き＝電場の向き

→ 電場の向きと等電位線は垂直に交わる



$V = k\dfrac{Q}{r}$

$-dV = Edr$

$-\dfrac{dV}{dr} = E$

問題38

・電荷があると，周りには 電場 ができる．電場中の場所A とB の間の電位差は，電場中で 1C の電荷をA からB に移動させるときに必要な 仕事 である．一様な電場の強さを *E*〔V/m〕，電荷の移動距離を *d*〔m〕とすると，電位差は *V*=*Ed* と表される．電位差 *V*〔V〕の間を電気量 *Q*〔C〕が電場から力を受けて移動したとき，電気量がなされる仕事は *QV* 〔J〕である．

問39　テレビのブラウン管内では，電子銃で電子を加速し，スクリーンにぶつけている．　電子の電気量を−1.6×10⁻¹⁹〔C〕，質量を9.0×10⁻³¹〔kg〕，　電子の初速度を0，電位差を100〔V〕として，スクリーンに衝突する直前の電子の速度を求めよ．

電圧によってされた仕事***eV*** が電子の運動エネルギーになる。

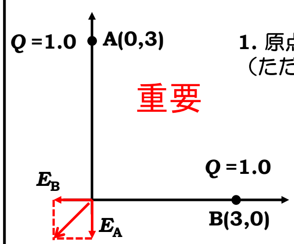
$eV = \dfrac{1}{2}mv^2$ より

（1.6×10⁻¹⁹）×100
＝ $\dfrac{1}{2}$ ×（9.0×10⁻³¹）× *v* ²

***v*=6.0×10⁶m/s**

電場や電位を求める例

$E = k\dfrac{Q}{r^2}$　$V = k\dfrac{Q}{r}$



重要

1. 原点における電場の強さと方向は？
（ただし、***k***=9.0×10⁹Nm²/C²)

E_A=9.0×10⁹/3.0² = 1.0×10⁹

E_B=9.0×10⁹/3.0² = 1.0×10⁹

$\vec{E} = \vec{E_A} + \vec{E_B}$ 　より

向きは(-1,-1) で,強さは
***E* = 1.4×10⁹N/C**

2. 原点における電位は？
（ただし、無限遠を電位の基準とする）

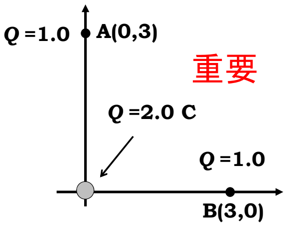
V_A=9.0×10⁹/3.0 = 3.0×10⁹

V_B=9.0×10⁹/3.0 = 3.0×10⁹

***V* = V_A+ V_B = 6.0×10⁹**

電場や電位を求める例

$E = k\dfrac{Q}{r^2}$　$V = k\dfrac{Q}{r}$



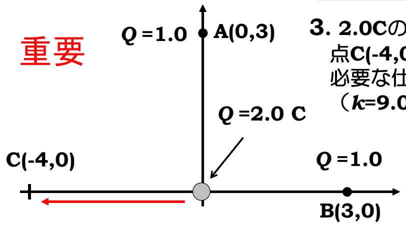
重要

$V = V_A + V_B = 6.0\times10^9$

電場や電位を求める例

$E = k\dfrac{Q}{r^2}$　$V = k\dfrac{Q}{r}$

重要



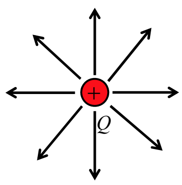
3. 2.0Cの電荷を原点から点C(-4,0)に移動するのに必要な仕事は？
（$k=9.0\times10^9\,\mathrm{Nm^2/C^2}$）

$V=9.0\times10^9(1/7.0+1/5) = 9.0\times10^9(12/35)=3.09\times10^9$

$W = 2.0\mathrm{C}\times(3.09-6.0)\times10^9\,\mathrm{V} = -5.8\times10^9\,\mathrm{J}$

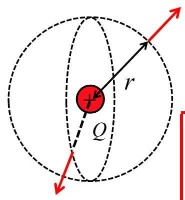
$V = 6.0\times10^9$

ガウスの法則



ガウスの法則

$E = k\dfrac{Q}{r^2} = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{Q}{r^2}$



半径 r の球を考える。

球表面での電場の強さ×表面積

表面に垂直な

$$= 4\pi r^2 \times E$$

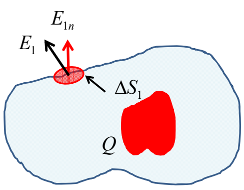
$$= 4\pi r^2 \times \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}$$

$$= \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

ガウスの法則

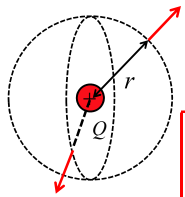
$$\int E_n dS = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

閉曲面での表面に垂直な
電場の強さ×表面積



ガウスの法則

$E = k\dfrac{Q}{r^2} = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{Q}{r^2}$



半径 r の球を考える。

球表面での電場の強さ×表面積

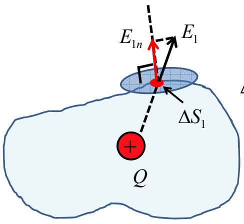
表面に垂直な

$$= 4\pi r^2 \times E$$

$$= 4\pi r^2 \times \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}$$

$$= \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

ガウスの法則

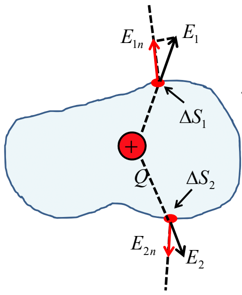


E_1 ：点1での電場の大きさ

ΔS_1 ：閉曲面を細分した点1での小片

E_{1n} ： E_1 の ΔS_1 に垂直な成分の
の大きさ

ガウスの法則



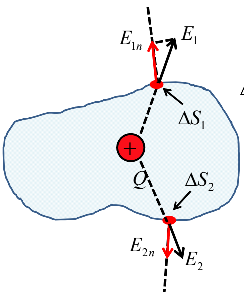
E_1 ：点1での電場の大きさ

ΔS_1 ：閉曲面を細分した点1での小片

E_{1n} ： E_1 の ΔS_1 に垂直な成分の
表面に垂直な
の大きさ

球表面での電場の強さ×表面積

ガウスの法則



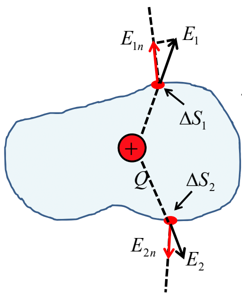
E_1 ：点1での電場の大きさ

ΔS_1 ：閉曲面を細分した点1での小片

E_{1n} ： E_1 の ΔS_1 に垂直な成分の
表面に垂直な
の大きさ

閉曲面での電場の強さ×表面積

ガウスの法則



E_1 ：点1での電場の大きさ

ΔS_1 ：閉曲面を細分した点1での小片

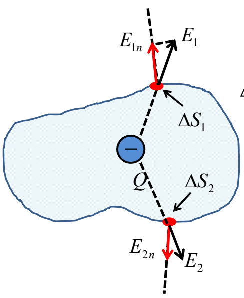
E_{1n} ： E_1 の ΔS_1 に垂直な成分の
表面に垂直な
の大きさ

閉曲面での電場の強さ×表面積

$$E_{1n}\cdot\Delta S_1 + E_{2n}\cdot\Delta S_2 + \cdots = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

$$\Rightarrow \int E_n dS = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

ガウスの法則



E_1 ：点1での電場の大きさ

ΔS_1 ：閉曲面を細分した点1での小片

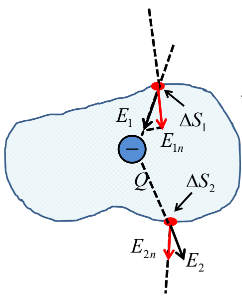
E_{1n} ： E_1 の ΔS_1 に垂直な成分の
表面に垂直な
の大きさ

閉曲面での電場の強さ×表面積

$$E_{1n}\cdot\Delta S_1 + E_{2n}\cdot\Delta S_2 + \cdots = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

$$\Rightarrow \int E_n dS = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

ガウスの法則



E_1 ：点1での電場の大きさ

ΔS_1 ：閉曲面を細分した点1での小片

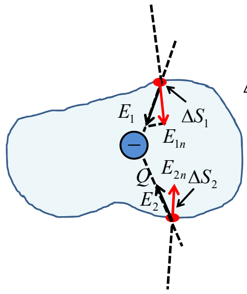
E_{1n} ： E_1 の ΔS_1 に垂直な成分の
表面に垂直な
の大きさ

閉曲面での電場の強さ×表面積

$$E_{1n}\cdot\Delta S_1 + E_{2n}\cdot\Delta S_2 + \cdots = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

$$\Rightarrow \int E_n dS = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

ガウスの法則



E_1 ：点１での電場の大きさ
ΔS_1 ：閉曲面を細分した点1での小片
E_{1n} ： E_1 の ΔS_1 に垂直な成分の大きさ

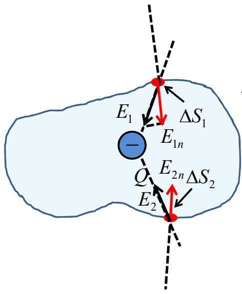
表面に垂直な

閉曲面での電場の強さ×表面積

$$E_{1n}\cdot\Delta S_1 + E_{2n}\cdot\Delta S_2 + \cdots = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

$$\Rightarrow \int E_n dS = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

ガウスの法則



E_1 ：点１での電場の大きさ
ΔS_1 ：閉曲面を細分した点1での小片
E_{1n} ： E_1 の ΔS_1 に垂直な成分の大きさ

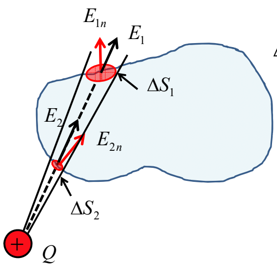
負の値

$$E_{1n}\cdot\Delta S_1 + E_{2n}\cdot\Delta S_2 + \cdots = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

閉曲面の内側への方向は負とする

$$\Rightarrow \int E_n dS = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

ガウスの法則



E_1 ：点１での電場の大きさ
ΔS_1 ：閉曲面を細分した点1での小片
E_{1n} ： E_1 の ΔS_1 に垂直な成分の大きさ

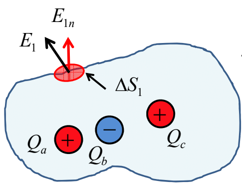
Qは閉曲面の中の電荷

$$E_{1n}\cdot\Delta S_1 + E_{2n}\cdot\Delta S_2 + \cdots = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

電荷が閉曲面の外にある場合は0

$$\Rightarrow \int E_n dS = \frac{Q}{\varepsilon_0} \quad (=0)$$

ガウスの法則



E_1 ：点１での電場の大きさ
ΔS_1 ：閉曲面を細分した点1での小片
E_{1n} ： E_1 の ΔS_1 に垂直な成分の大きさ

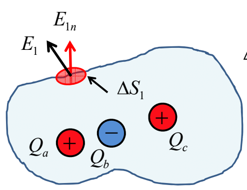
$$E_{1n}\cdot\Delta S_1 + E_{2n}\cdot\Delta S_2 + \cdots = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

電荷が複数個でも正しい

$Q = Q_a + Q_b + \cdots$

$$\Rightarrow \int E_n dS = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

ガウスの法則



E_1 ：点１での電場の大きさ
ΔS_1 ：閉曲面を細分した点1での小片
E_{1n} ： E_1 の ΔS_1 に垂直な成分の大きさ

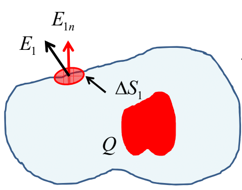
$$E_{1n}\cdot\Delta S_1 + E_{2n}\cdot\Delta S_2 + \cdots = \frac{Q_a + Q_b + \cdots}{\varepsilon_0}$$

電荷が複数個でも正しい

$Q = Q_a + Q_b + \cdots$

$$\Rightarrow \int E_n dS = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

ガウスの法則



E_1 ：点１での電場の大きさ
ΔS_1 ：閉曲面を細分した点1での小片
E_{1n} ： E_1 の ΔS_1 に垂直な成分の大きさ

$$E_{1n}\cdot\Delta S_1 + E_{2n}\cdot\Delta S_2 + \cdots = \frac{Q_a + Q_b + \cdots}{\varepsilon_0}$$

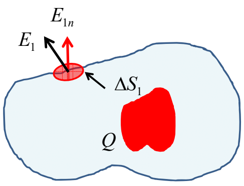
電荷が連続的に分布していても正しい

$$\Rightarrow \int E_n dS = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

ガウスの法則

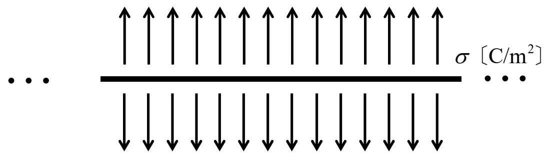
$$\int E_n dS = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

（閉曲面での表面に垂直な電場の強さ×表面積）



問

面密度 σ で一様に分布した無限に広い平面上の正電荷が作る電場を考えよ

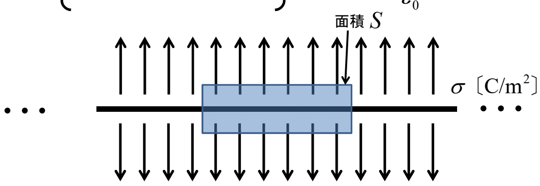


問 ○

面密度 σ で一様に分布した無限に広い平面上の正電荷が作る電場を考えよ

$$\int E_n dS = \frac{Q}{\varepsilon_0} \Rightarrow E \cdot 2S = \frac{\sigma \cdot S}{\varepsilon_0} \Rightarrow E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

（閉曲面での表面に垂直な電場の強さ×表面積）$= \int E_n dS = \dfrac{Q}{\varepsilon_0}$



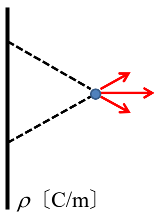
電流と磁場

7月3日

1. 電流が流れるとそのまわりには磁場が生じる
   - ・右ねじの法則
2. 電流は磁場から力を受ける
   - ・フレミングの左手の法則 ➡ ローレンツ力
   - $\boxed{F = IBL}$　$\boxed{f = qvB}$
3. コイル内の磁場が変化すると回路に電流が流れる
   - ・レンツの法則（向き）
   - ・ファラデーの電磁誘導の法則（強さ）$\boxed{V = -\dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t}}$

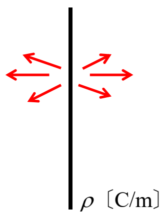
問40

線密度 ρ〔C/m〕で一様に分布した無限に長い棒上の正電荷が作る電場を考えよ
（棒からr〔m〕離れた場所の電場の強さと方向を求めよ）



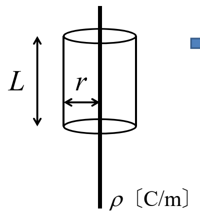
問40

線密度 ρ〔C/m〕で一様に分布した無限に長い棒上の正電荷が作る電場を考えよ
（棒からr〔m〕離れた場所の電場の強さと方向を求めよ）



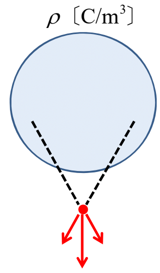
問40
線密度 ρ〔C/m〕で一様に分布した無限に長い棒上の正電荷が作る電場を考えよ
（棒からr〔m〕離れた場所の電場の強さと方向を求めよ）

$$\int E_n dS = \frac{Q}{\varepsilon_0} \Rightarrow E \cdot 2\pi r \cdot L = \frac{\rho \cdot L}{\varepsilon_0}$$

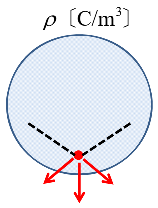


$$\Rightarrow E = \frac{1}{\varepsilon_0}\frac{\rho}{2\pi r}$$

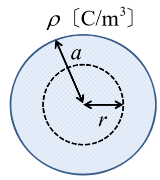
問41
半径 a〔m〕の球内に密度 ρ〔C/m³〕で一様に分布した正電荷が作る電場を考えよ。



問41
半径 a〔m〕の球内に密度 ρ〔C/m³〕で一様に分布した正電荷が作る電場を考えよ。



問41
半径 a〔m〕の球内に密度 ρ〔C/m³〕で一様に分布した正電荷が作る電場を考えよ。

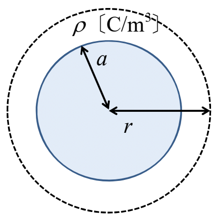


$r < a$

$$\int E_n dS = \frac{Q}{\varepsilon_0} \Rightarrow E \cdot 4\pi r^2 = \frac{1}{\varepsilon_0}\frac{4\pi r^3}{3}\rho$$

$$\Rightarrow E = \frac{\rho \cdot r}{3\varepsilon_0}$$

問41
半径 a〔m〕の球内に密度 ρ〔C/m³〕で一様に分布した正電荷が作る電場を考えよ。



$r < a$

$$\int E_n dS = \frac{Q}{\varepsilon_0} \Rightarrow E \cdot 4\pi r^2 = \frac{1}{\varepsilon_0}\frac{4\pi r^3}{3}\rho$$

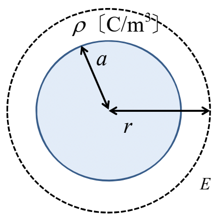
$$\Rightarrow E = \frac{\rho \cdot r}{3\varepsilon_0}$$

$r > a$

$$\int E_n dS = \frac{Q}{\varepsilon_0} \Rightarrow E \cdot 4\pi r^2 = \frac{1}{\varepsilon_0}\frac{4\pi a^3}{3}\rho$$

$$\Rightarrow E = \frac{\rho \cdot a^3}{3\varepsilon_0 r^2}$$

問41
半径 a〔m〕の球内に密度 ρ〔C/m²〕で一様に分布した正電荷が作る電場を考えよ。



$r < a \quad E = \frac{\rho \cdot r}{3\varepsilon_0}$

$r > a \quad E = \frac{\rho \cdot a^3}{3\varepsilon_0 r^2}$