

問28 斜面を下る円盤 薄い円盤(質量 m 、半径 r) $I = \frac{1}{2}mr^2$

エネルギー保存則
 $mg h = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$ $\begin{cases} v = r\omega \\ I = \frac{1}{2}mr^2 \end{cases} \Rightarrow a = \frac{2}{3}g \sin \phi$
 $(h = L \sin \phi)$
 $f = \frac{1}{3}mg \sin \phi$

$v = \sqrt{\frac{4}{3}gh}$ 自由落下のときは $\sqrt{2gh}$

問28 斜面を下る円盤 薄い円盤(質量 m 、半径 r) $I = \frac{1}{2}mr^2$

エネルギー保存則
 $mg h = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$ $\begin{cases} v = r\omega \\ I = \frac{1}{2}mr^2 \end{cases} \Rightarrow a = \frac{2}{3}g \sin \phi$
 $(h = L \sin \phi)$
 $f = \frac{1}{3}mg \sin \phi$

$v = \sqrt{\frac{4}{3}gh}$ 自由落下のときは $\sqrt{2gh}$

問28 斜面を下る円盤 薄い円盤(質量 m 、半径 r) $I = \frac{1}{2}mr^2$

エネルギー保存則
 $mg h = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$ $\begin{cases} v = r\omega \\ I = \frac{1}{2}mr^2 \end{cases} \Rightarrow a = \frac{2}{3}g \sin \phi$
 $(h = L \sin \phi)$
 $f = \frac{1}{3}mg \sin \phi$

$v = \sqrt{\frac{4}{3}gh}$ 自由落下のときは $\sqrt{2gh}$

$mg h - fL = \frac{1}{2}mv^2$
 $(mg h = \frac{1}{2}mv^2 + fL)$
 $mg h - \frac{1}{3}mg h = \frac{1}{2}mv^2$

問28 斜面を下る円盤 薄い円盤(質量 m 、半径 r) $I = \frac{1}{2}mr^2$

エネルギー保存則
 $mg h = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$ $\begin{cases} v = r\omega \\ I = \frac{1}{2}mr^2 \end{cases} \Rightarrow a = \frac{2}{3}g \sin \phi$
 $(h = L \sin \phi)$
 $f = \frac{1}{3}mg \sin \phi$

$v = \sqrt{\frac{4}{3}gh}$ 自由落下のときは $\sqrt{2gh}$

$mg h - fL = \frac{1}{2}mv^2$
 $(mg h = \frac{1}{2}mv^2 + fL)$
 $mg h - \frac{1}{3}mg h = \frac{1}{2}mv^2$

問28 斜面を下る円盤 薄い円盤(質量 m 、半径 r) $I = \frac{1}{2}mr^2$

エネルギー保存則
 $mg h = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$ $\begin{cases} v = r\omega \\ I = \frac{1}{2}mr^2 \end{cases} \Rightarrow a = \frac{2}{3}g \sin \phi$
 $(h = L \sin \phi)$
 $f = \frac{1}{3}mg \sin \phi$

$\frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{4}mv^2 = \frac{1}{3}mg h$

$mg h - fL = \frac{1}{2}mv^2$
 $(mg h = \frac{1}{2}mv^2 + fL)$
 $mg h - \frac{1}{3}mg h = \frac{1}{2}mv^2$

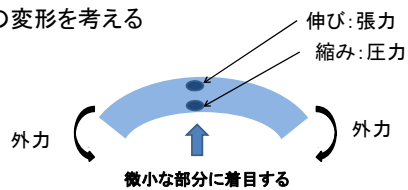
問28 斜面を下る円盤 薄い円盤(質量 m 、半径 r) $I = \frac{1}{2}mr^2$

$ma = mg \sin \phi - f$ $\Rightarrow ma = mg \sin \phi - \frac{I}{r^2}a$
 $\frac{I}{r}a = rf \Rightarrow a = \frac{mgr^2 \sin \phi}{I + mr^2} \Rightarrow a = \frac{2}{3}g \sin \phi$
 $f = \frac{I}{r^2}a = \frac{mr^2}{2r^2} \cdot \frac{2}{3}g \sin \phi = \frac{1}{3}mg \sin \phi$

弾性体

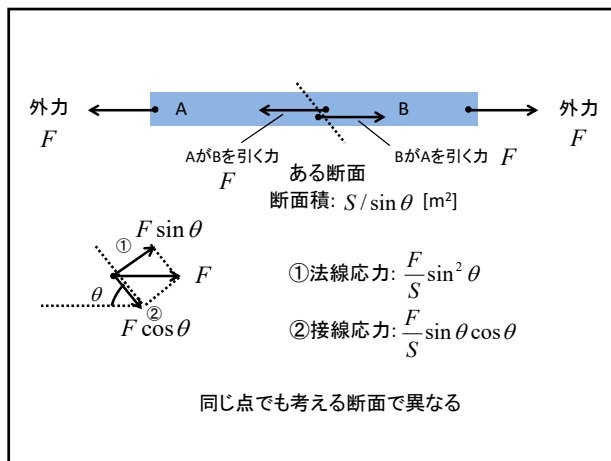
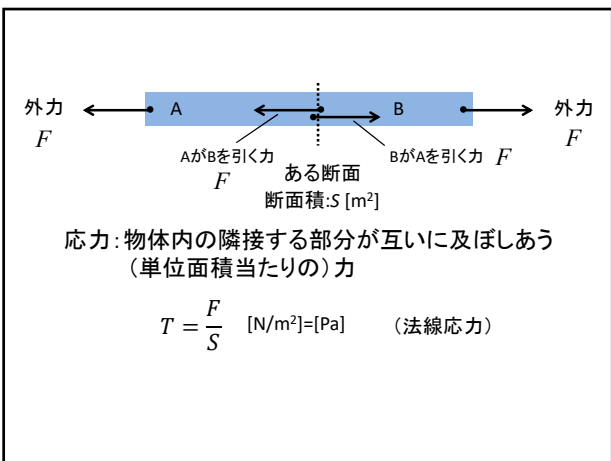
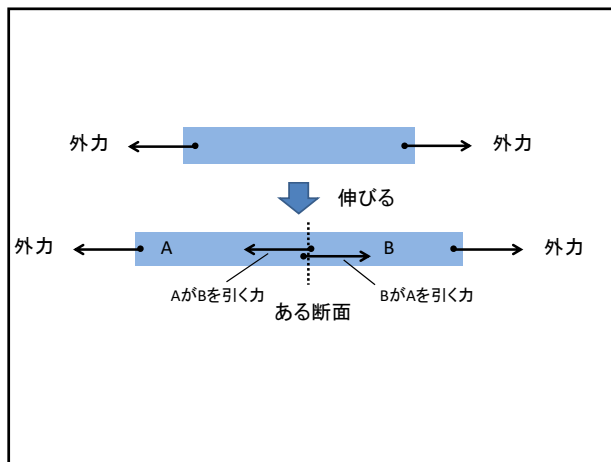
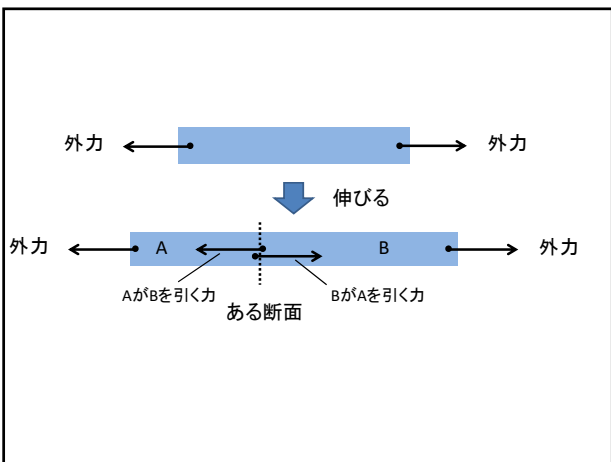
(テキストP28)

物体の変形を考える

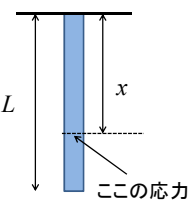


ひずみ: 物体内部の各点でその点を含む微小部分が受ける変形

応力: 物体内の隣接する部分が互いに及ぼしあう (単位面積当たりの) 力

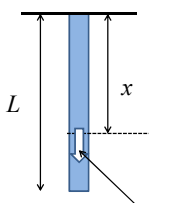


問
密度が ρ [kg/m³] で長さが L [m] の一様な棒をつり下げたときの上から x [m] の位置における応力を求めよ。ただし、伸びや幅の変化は無視できるものとする。



密度 ρ = 質量 m ÷ 体積 V
 単位体積当たりの質量
 (1m³で何kgか)

問
密度が ρ [kg/m³] で長さが L [m] の一様な棒をつり下げたときの上から x [m] の位置における応力を求めよ。ただし、伸びや幅の変化は無視できるものとする。



断面積を S [m²] とすると、
 上から x [m] の位置における張力は
 $F = S(L-x)\rho g$

よって、法線応力は
 $T = \frac{F}{S} = (L-x)\rho g$

$F = S(L-x)\rho g$ 接線応力は0

伸びと縮みと体積変化

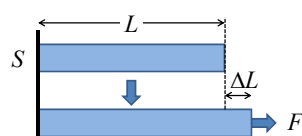
- ・ヤング率 E
- ・ポアソン比 σ
- ・体積弾性率 K

この三つの物理量の間関係式

- ・剛性率 G

・ヤング率 E

物質の伸びやすさ、伸びにくさを特徴づける量(物質定数)

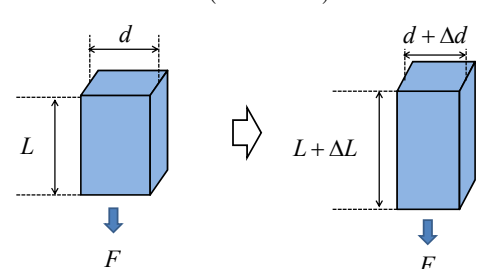


断面積を S [m²] として、応力は $T = \frac{F}{S}$

ひずみ ϵ を伸びの割合として考える $\epsilon = \Delta L / L$
 (1mあたり、どれだけ伸びたか)

ϵ が小さいとき、 $T = E\epsilon$ が成り立つ
 E : ヤング率

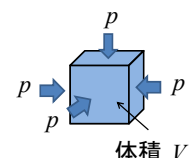
・ポアソン比 σ ($0 < \sigma \leq 0.5$) ← 後でわかる



力の方向のひずみ: $\epsilon = \Delta L / L$
 力に垂直な方向のひずみ: $\epsilon' = \Delta d / d$

ポアソン比
 $\sigma = -\frac{\epsilon'}{\epsilon} > 0$

・体積弾性率 K



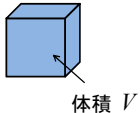
地上の物体は表面に垂直な方向に
 大気圧 p を受けている
 p が変化すると V も変化する

$p \rightarrow p + \Delta p$ のとき $V \rightarrow V + \Delta V$ とすると
 $\Delta p = -K \frac{\Delta V}{V} > 0$ がなりたつ
 K : 体積弾性率

・ヤング率 E ($T = E\varepsilon$)
 ・ポアソン比 σ ($= -\frac{\varepsilon'}{\varepsilon}$)
 ・体積弾性率 K ($\Delta p = -K \frac{\Delta V}{V}$)

$$K = \frac{E}{3(1-2\sigma)}$$

$\varepsilon = \Delta L / L$ $\varepsilon' = \Delta d / d$
 一辺 l とする。

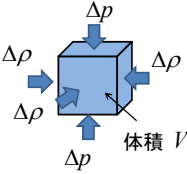


体積 V

・ヤング率 E ($T = E\varepsilon$)
 ・ポアソン比 σ ($= -\frac{\varepsilon'}{\varepsilon}$)
 ・体積弾性率 K ($\Delta p = -K \frac{\Delta V}{V}$)

$$K = \frac{E}{3(1-2\sigma)}$$

$\varepsilon = \Delta L / L$ $\varepsilon' = \Delta d / d$
 一辺 l とする。上下方向に圧力 Δp をかける



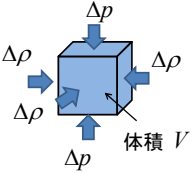
上下方向: $\Delta p \cdot L / E$ 縮む
 左右前後: $\sigma \cdot \Delta p \cdot L / E$ 伸びる
 上下左右前後すべての Δp をかけると

$$\Delta L = -\Delta p \cdot L / E + 2\sigma \cdot \Delta p \cdot L / E = -(1-2\sigma) \frac{L}{E} \Delta p$$

・ヤング率 E ($T = E\varepsilon$)
 ・ポアソン比 σ ($= -\frac{\varepsilon'}{\varepsilon}$)
 ・体積弾性率 K ($\Delta p = -K \frac{\Delta V}{V}$)

$$K = \frac{E}{3(1-2\sigma)}$$

$\varepsilon = \Delta L / L$ $\varepsilon' = \Delta d / d$



体積 V

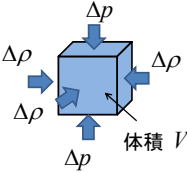
$$\Delta L = -\Delta p \cdot L / E + 2\sigma \cdot \Delta p \cdot L / E = -(1-2\sigma) \frac{L}{E} \Delta p$$

5・29

・ヤング率 E ($T = E\varepsilon$)
 ・ポアソン比 σ ($= -\frac{\varepsilon'}{\varepsilon}$)
 ・体積弾性率 K ($\Delta p = -K \frac{\Delta V}{V}$)

$$K = \frac{E}{3(1-2\sigma)}$$

$\varepsilon = \Delta L / L$ $\varepsilon' = \Delta d / d$
 $(0 < \sigma \leq 0.5)$



体積 V

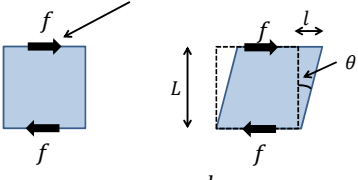
$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{(L + \Delta L)^3 - L^3}{L^3} = \frac{3L^2 \cdot \Delta L + 3L(\Delta L)^2 + (\Delta L)^3}{L^3} \cong \frac{3\Delta L}{L}$$

$$= -\frac{3(1-2\sigma)}{E} \Delta p$$

$$\Delta L = -\Delta p \cdot L / E + 2\sigma \cdot \Delta p \cdot L / E = -(1-2\sigma) \frac{L}{E} \Delta p$$

・剛性率 G

接線応力(せん断応力)



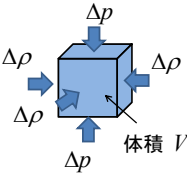
$f = G\theta \cong G \frac{l}{L}$
 剛性率 G

5・29

・ヤング率 E ($T = E\varepsilon$)
 ・ポアソン比 σ ($= -\frac{\varepsilon'}{\varepsilon}$)
 ・体積弾性率 K ($\Delta p = -K \frac{\Delta V}{V}$)

$$K = \frac{E}{3(1-2\sigma)}$$

$\varepsilon = \Delta L / L$ $\varepsilon' = \Delta d / d$
 $(0 < \sigma \leq 0.5)$

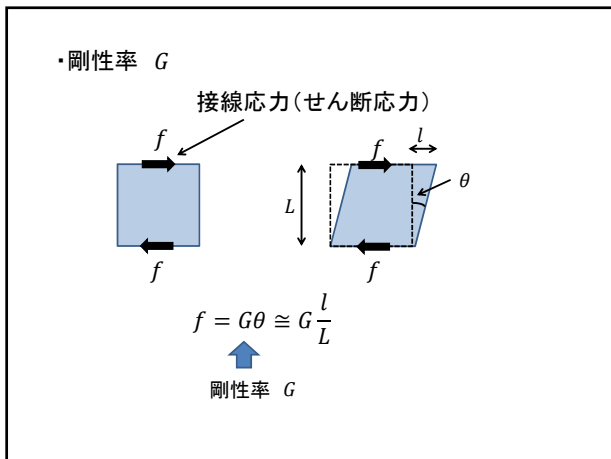


体積 V

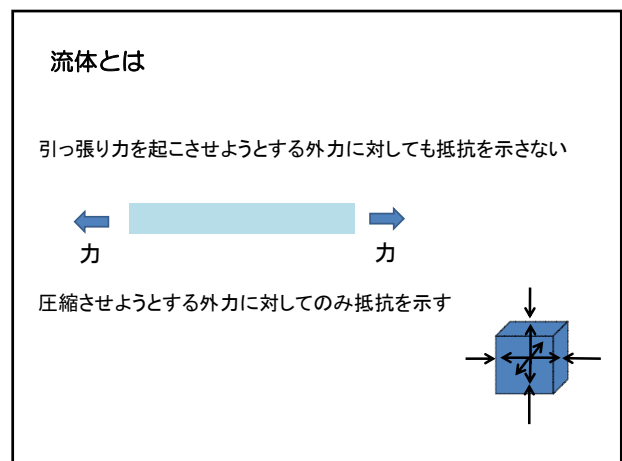
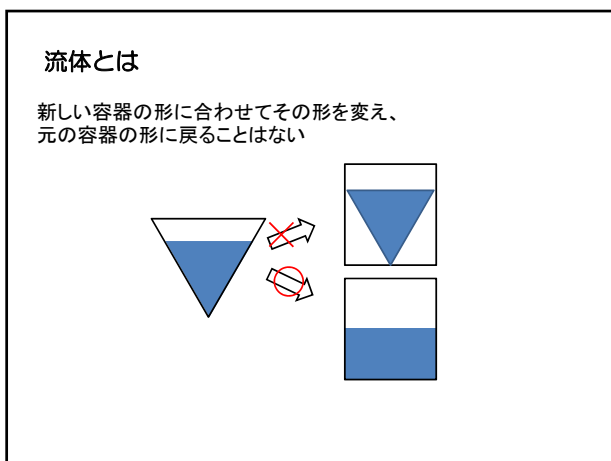
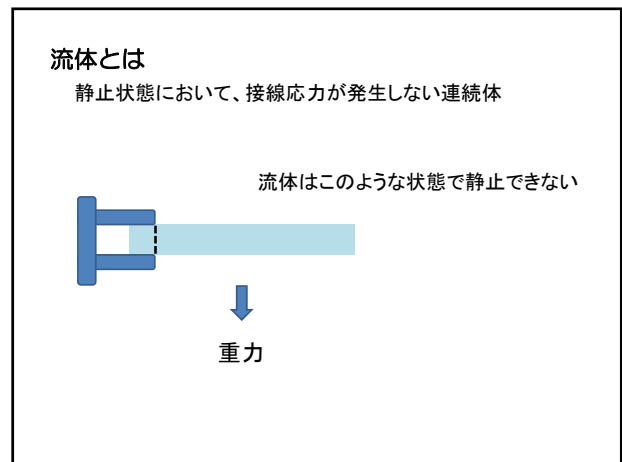
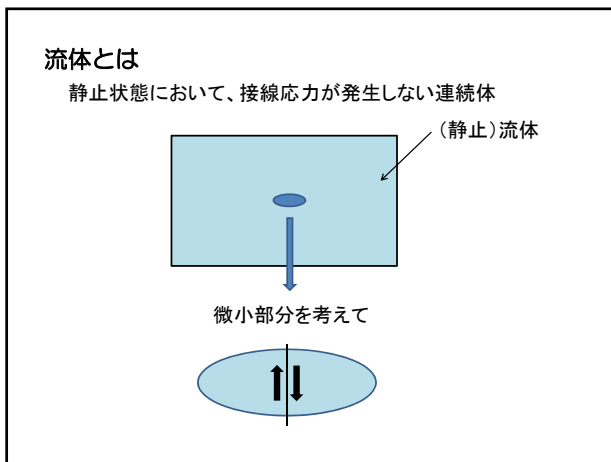
$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{(L + \Delta L)^3 - L^3}{L^3} = \frac{3L^2 \cdot \Delta L + 3L(\Delta L)^2 + (\Delta L)^3}{L^3} \cong \frac{3\Delta L}{L}$$

$$= -\frac{3(1-2\sigma)}{E} \Delta p$$

$$\Delta L = -\Delta p \cdot L / E + 2\sigma \cdot \Delta p \cdot L / E = -(1-2\sigma) \frac{L}{E} \Delta p$$



流体
(テキストP93)



流体とは

物質の状態

- 固体
- 液体
- 気体

流体

流体と圧力

圧力 $p \rightarrow$ 単位面積当たりの力 $p = \frac{F}{S}$

流体での圧力は各点(各位置)で定義される。
同じ点における圧力は方向によらず同じ強さ。

同じ点における圧力は方向によらず同じ強さ。

$p = \frac{F}{S}$ $F = pS$

$$F_2 = F_{1y} (= F_1 \cos \theta) \rightarrow p_2 S_2 = p_1 S_1 \cos \theta \rightarrow p_2 \frac{S_2}{S_1} = p_1 \cos \theta$$

$$F_3 = F_{1x} (= F_1 \sin \theta) \rightarrow p_3 S_3 = p_1 S_1 \sin \theta \rightarrow p_3 \frac{S_3}{S_1} = p_1 \sin \theta$$

$$\rightarrow p_2 \cos \theta = p_1 \cos \theta \rightarrow p_1 = p_2 = p_3$$

$$\rightarrow p_3 \cos \theta = p_1 \cos \theta$$

圧力の単位

- Pa(パスカル) = N/m²
1Pa \rightarrow 1m² 当たり 1Nの力が働く
- 標準大気圧
101325 Pa = 1013.25 hPa (hは100倍を表す)
1m² 当たり約10000kgf
- 水銀柱の高さ mmHg
(1mmHg = 133.322 Pa)

密度

- 単位体積当たりの質量 (1m³で何kgか)
 - 密度 ρ = 質量 m \div 体積 V
 - 単位 kg/m³
- 水の密度
水圧に依存しない。(温度で少し変わる)
- 気体の密度
気圧が高いと大きく、温度が高いと小さくなる

非圧縮性流体: 密度が一定の流体

$\rho = \frac{m}{V}$

重力による水圧(非圧縮性流体)

- 液体が静止 \rightarrow 液体のどの部分でも力は釣り合っている

ある面での力の釣り合い
 下から押される力 = 重さ + 上から押される力

$$p_2 S = Sh\rho \times g + p_1 S$$

$$p_2 = p_1 + \rho gh$$

重力による水圧(非圧縮性流体)

- 液体が静止→液体のどの部分でも力は釣り合っている

ある面での力の釣り合い
下から押される力 = 重さ + 上から押される力

$$p_2 S = Sh\rho \times g + p_1 S$$

$$p_2 = p_1 + \rho gh$$

$$p = p_0 + \rho gh$$

重力による水圧(圧縮性流体)

密度: $\rho(p)$ (圧力の関数) 圧力: $p(z)$

$$p(z) = p(z + dz) + \rho g dz$$

$$p_2 = p_1 + \rho gh$$

重力による水圧(圧縮性流体)

密度: $\rho(p)$ (圧力の関数) 圧力: $p(z)$

$$p(z) = p(z + dz) + \rho g dz$$

$$p(z + dz) - p(z) = -\rho g dz$$

$$\frac{p(z + dz) - p(z)}{dz} = -\rho g$$

$$\frac{dp(z)}{dz} = -\rho g$$

温度一定: $pV = A$ (一定)

$$\rho = Cp \rightarrow \frac{dp(z)}{dz} = -Cpg$$

重力による水圧(圧縮性流体)

密度: $\rho(p)$ (圧力の関数) 圧力: $p(z)$

$$\frac{1}{p} \frac{dp(z)}{dz} = -Cg$$

$$\int \frac{1}{p} dp = -\int Cg dz$$

$$\ln p = -Cgz + A$$

$$p = B \exp(-Cgz)$$

$$\frac{dp(z)}{dz} = -Cpg$$

重力による水圧(圧縮性流体)

密度: $\rho(p)$ (圧力の関数) 圧力: $p(z)$

$$\frac{1}{p} \frac{dp(z)}{dz} = -Cg$$

$$\int \frac{1}{p} dp = -\int Cg dz$$

$$\ln p = -Cgz + A$$

$$p = B \exp(-Cgz)$$

$$p = p_0 \exp(-Cgz) \quad z = 0 \text{ で } p = p_0$$

圧縮性流体

$$p_2 = p_1 + \rho gh$$

非圧縮性流体

$$p = p_0 \exp(-Cgz)$$

$$z = 0 \text{ で } p = p_0$$

問30

•体積弾性率: $K \left(\Delta p = -K \frac{\Delta V}{V} \right)$

400cm³の鉄の塊を深さ1.0kmの海中に沈めると、体積はどれだけ減少するか。ただし、海水の密度は一律で $1.0 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ であり、鉄の体積弾性率を $1.0 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$ とする。また、重力加速度の大きさを 9.8m/s^2 とする。

$V \cong 7.4\text{cm} \times 7.4\text{cm} \times 7.4\text{cm}$
 $\Delta V \cong 3.4\text{mm} \times 3.4\text{mm} \times 3.4\text{mm}$

$p = p_0 + \rho gh$

→ $\Delta p = p - p_0 = \rho gh$
 $= 10^3 \text{ kg/m}^3 \times 9.8\text{m/s}^2 \times 1\text{km} = 9.8 \times 10^6 \text{ N/m}^2$

$\Delta V = -V \Delta p / K$
 $= -(400 \times 10^{-6} \text{ m}^3 \times 9.8 \times 10^6 \text{ N/m}^2) / (10^{11} \text{ N/m}^2) = -3.92 \times 10^{-8} \text{ m}^3$

問31

2.0m³の水を円筒形の容器に入れるとき、底面積1.0m²の容器のとき、底面には

の圧力がかかり、底面積2.0m²の容器のときの底面には

の圧力がかかる。このことから、プール
 の水深1mの場所での圧力は

であり、大気圧より

だけ大きい。大気圧は $1.013 \times 10^5 \text{ Pa}$ 、水の密度は $1.0 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ とする。

問31

2.0m³の水を円筒形の容器に入れるとき、底面積1.0m²の容器のとき、底面には $1.2 \times 10^5 \text{ Pa}$

の圧力がかかり、底面積2.0m²の容器のときの底面には $1.1 \times 10^5 \text{ Pa}$ の圧力がかかる

$p = p_0 + \rho gh$

$p_0 = 1.013 \times 10^5 \text{ Pa}$ $g = 9.8\text{m/s}^2$
 $\rho = 1.0 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$

問31 6・4

2.0m³の水を円筒形の容器に入れるとき、底面積1.0m²の容器のとき、底面には $1.2 \times 10^5 \text{ Pa}$

の圧力がかかり、底面積2.0m²の容器のときの底面には $1.1 \times 10^5 \text{ Pa}$ の圧力がかかる。このことから、プール
 の水深1mの場所での圧力は $1.1 \times 10^5 \text{ Pa}$

であり、大気圧より $9.8 \times 10^3 \text{ Pa}$ だけ大きい。大気圧は $1.013 \times 10^5 \text{ Pa}$ 、水の密度は $1.0 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ とする。

$p = p_0 + \rho gh$ $p_0 = 1.013 \times 10^5 \text{ Pa}$ $g = 9.8\text{m/s}^2$ $h = ?$
 $\rho = 1.0 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$

水圧の実験(水圧と大気圧)

$p = p_0 + \rho gh$

底の方が圧力が高いので吹き出す速さが大きい

大気圧より水の圧力が低いので空気が入り込む

水銀気圧計

$p = p_0 + \rho gh$

- 閉管に水銀を満らし水銀中に逆さに立てる
- 液面の気圧 = 大気圧

最上部の圧力 p は0

$0 = p_0 + \rho gh$
 $p_0 = 1.01 \times 10^5 \text{ Pa}$
 $\rho = 1.35 \times 10^4 \text{ kg/m}^3$
 $h = -0.76\text{m}$

真空

最上部圧力 0

大気圧 p_0

p

h

水銀気圧計

$p = p_0 + \rho gh$

- 閉管に水銀を満たし水銀中に逆さに立てる
- 液面の気圧 = 大気圧
最上部の圧力 p は0

$0 = p_0 + \rho gh$
 $p_0 = 1.01 \times 10^5 \text{ Pa}$
 $\rho = 1.35 \times 10^4 \text{ kg/m}^3$
 $h = -0.76 \text{ m}$

水銀柱の高さ h で大気圧を表す
 $760 \text{ mmHg} = 1 \text{ 気圧}$

浮力(アルキメデスの原理)

アルキメデスの原理
 押しつけた流体の重さと同じ大きさの浮力を受ける

- 水中に底面積 S [m²], 高さ h [m] の直方体を沈めたとき

$p_2 = p_1 + \rho gh$
 $S p_2 - S p_1 = \rho gh S$

下面が受ける力 上面が受ける力
 浮力
 $F_2 - F_1 = \rho g S h$
 $= \rho g V$
 $\rho g V = \text{押しつけた水の重さ}$

例: 体積が 0.10 m^3 の物体を水中に沈めた。
 この物体にはたらく浮力は (980 N) [N] である。
 ただし、水の密度は $1.0 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$, 重力加速度 $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ とする。

$\rho g V = 1.0 \times 10^3 \text{ kg/m}^3 \times 9.8 \text{ m/s}^2 \times 0.10 \text{ m}^3 = 980 \text{ N}$

問32

体積が V [m³] の一様な物体を密度が ρ [kg/m³] の液体に浮かせた。液面から出ている部分の体積は $(\frac{\rho - \rho_1}{\rho}) \times V$ である。ただし、この物体の密度を ρ_1 [kg/m³] とする。

$V \rho_1 g = (1-x)V \rho g$
 $\Rightarrow x = \frac{\rho - \rho_1}{\rho}$

パスカルの原理

密閉容器中の静止流体の一点の圧力を上げると全ての点での圧力は同じだけ増す

流体を通して力(圧力)を伝えることができる

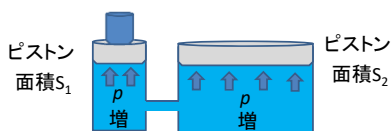
パスカルの原理

密閉容器中の静止流体の一点の圧力を上げると全ての点での圧力は同じだけ増す

流体を通して力(圧力)を伝えることができる

パスカルの原理

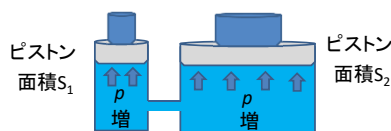
密閉容器中の静止流体の一点の圧力を上げると全ての点での圧力は同じだけ増す



流体を通して力(圧力)を伝えることができる

パスカルの原理

密閉容器中の静止流体の一点の圧力を上げると全ての点での圧力は同じだけ増す



流体を通して力(圧力)を伝えることができる

パスカルの原理

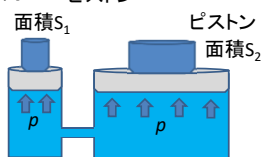
密閉容器中の静止流体の一点の圧力を上げると全ての点での圧力は同じだけ増す

(同じ高さでは)A,Bの受ける圧力は同じ
ピストンにかかる力 F_1, F_2 は

$$F_1 = pS_1 \quad F_2 = pS_2$$

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{S_1}{S_2}$$

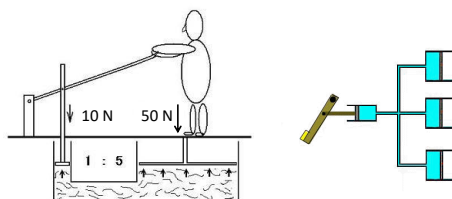
$$\Rightarrow F_2 = \frac{S_2}{S_1} F_1$$



小さな力 F_1 で大きな力 F_2 を作るができる
(仕事は同じ=仕事の原理)

油圧ジャッキ・ブレーキ

- パスカルの原理を利用して大きな力を生み出す

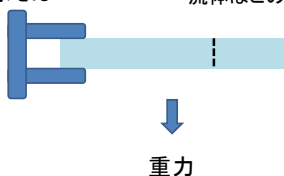


運動流体

流体とは
静止状態において、接線応力が発生しない連続体

例えば

流体はこのような状態で静止できない



重力

粘性(ねばねばさ)

速度の差(速度勾配)があるとこれをなくそうとする内部摩擦力がはたらく

下の部分が上の部分から受ける力 F
上の部分が下の部分から受ける力 F

単位面積当たりの力は

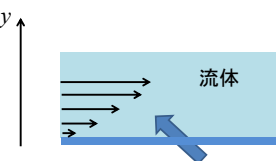
$$f = (F/S) = \eta \frac{dv}{dy}$$

粘性率 η

空気: $1.8 \times 10^{-5} \text{ Pa}\cdot\text{s}$

水: $8.9 \times 10^{-4} \text{ Pa}\cdot\text{s}$

マヨネーズ: $8 \text{ Pa}\cdot\text{s}$



壁から離れるほど流速は速くなる。

完全流体: 粘性の無い流体

粘性(ねばねばさ)

流体

流速 v

速度の差(速度勾配)があるとこれをなくそうとする内部摩擦力がはたらく

下の部分が上の部分から受ける力 F

上の部分が下の部分から受ける力 F

単位面積当たりの力は

$$f = (F/S) = \eta \frac{dv}{dy}$$

粘性率

空気: $1.8 \times 10^{-5} \text{ Pa}\cdot\text{s}$
 水: $8.9 \times 10^{-4} \text{ Pa}\cdot\text{s}$
 マヨネーズ: $8 \text{ Pa}\cdot\text{s}$

壁から離れるほど流速は速くなる。
 圧力差がなくなると流れは止まる

完全流体: 粘性の無い流体

粘性(ねばねばさ)

流体

流速 v

速度の差(速度勾配)があるとこれをなくそうとする内部摩擦力がはたらく

下の部分が上の部分から受ける力 F

上の部分が下の部分から受ける力 F

圧力差がなくても流れは止まらない

壁から離れるほど流速は速くなる。
 圧力差がなくなると流れは止まる

完全流体: 粘性の無い流体

乱流と層流

- 乱流 乱れた流れ
- 層流 一樣な流れ

レイノルズ数: $R = \frac{r\rho v}{\eta}$

(r : 管の半径)

● レイノルズ数 $> 2000 \rightarrow$ 乱流

流れが速い \rightarrow 乱流
 管の半径が大きい \rightarrow 乱流

円管内の層流と乱流

Re = 1500
 Re = 2340
 Re = 7500
 Re = 7500

運動流体(完全流体)

時間的に変化しない層流(定常流)を考える

- ・連続の式

流れの断面積が変化するとき、密度 ρ が一定ならば
管の細いところは流れが速い

$\rho S_1 v_1 = \rho S_2 v_2$

$S_1 v_1 = S_2 v_2$

1秒間にこの面が進む距離

流速 v_1 流速 v_2

断面積 S_1 断面積 S_2

運動流体(完全流体)

時間的に変化しない層流(定常流)を考える

- ・粘性がなく(完全流体)時間的に変化しない層流において流体の圧力は流速で変化する

(密度 ρ が一定)

速い場所 \rightarrow 圧力小
 遅い場所 \rightarrow 圧力大

$\rho S_1 v_1 = \rho S_2 v_2$

$S_1 v_1 = S_2 v_2$

流速 v_1 (小) 流速 v_2 (大)

断面積 S_1 断面積 S_2

圧力大 圧力小

ベルヌーイの定理

- ・摩擦が無い \rightarrow 力学的エネルギー保存 ($E = \frac{1}{2}mv^2 + mgh$)
- ・1秒間に流体のある部分が圧力差でされた仕事が力学的エネルギーの増加となる

運動エネルギーの変化

$$p_1 S_1 v_1 - p_2 S_2 v_2 = \frac{1}{2} \rho (S_2 v_2) v_2^2 - \frac{1}{2} \rho (S_1 v_1) v_1^2$$

p_1 がした仕事 = 力 \times 距離

$+ \rho (S_2 v_2) g h_2 - \rho (S_1 v_1) g h_1$

位置エネルギーの変化

連続の式 $S_1 v_1 = S_2 v_2$

流速 v_1 流速 v_2

圧力 p_1 圧力 p_2

高さ h_1 高さ h_2

断面積 S_1 断面積 S_2

流れの速い場所では圧力が低い

1つの流れのどの地点においても

$$p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g h_1 = p_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g h_2 = \text{一定}$$

高さが同じ2地点で比較すると

圧力は小 v が大きいとこの項は大

$$p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2$$

静止流体でもベルヌーイの定理が成り立つ

- 圧力とエネルギー(流速0のとき)

$$p_1 + \rho g h_1 = p_2 + \rho g h_2$$

$$p_2 = \rho g (h_1 - h_2) + p_1$$

水深と圧力の関係

$$p_2 = p_1 + \rho g h$$

静止流体の式での h は水面からの深さ

穴から噴き出す水の速度

- ベルヌーイの定理が成り立つ
- 水面
 - 速度 $v=0$
 - 圧力 p_0
- 吹き出したとき
 - 速度 v
 - 圧力 p_0

$$p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g h_1 = p_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g h_2 = \text{一定}$$

$$p_0 + \rho g h = p_0 + \frac{1}{2} \rho v^2$$

$$v = \sqrt{2gh}$$

弾の空中浮揚

- 空気の流れの方に引きよせられる
- 空気の流れからはずれると落下する

霧吹き

- 圧力の高い方から低い方にむけ力を受ける

流れが速いと圧力は低いので水が吸い上げられる

問33 ダムの水面から20m下の穴から水が噴き出す速度を求めなさい。また、穴の面積が1.0m²とすると、毎分の流出量はいくらか。(g=10m/s²とする)

6・5

ダムの表面の水と吹き出している水についてベルヌーイの定理は

$$p_0 + \rho g h = p_0 + \frac{1}{2} \rho v^2$$

よって速度 v は

$$v = \sqrt{2gh}$$

$$v = \sqrt{2 \times 10 \times 20} = 20 \text{ m/s}$$

流量 Q は

$$Q = 20 \text{ m/s} \times 1 \text{ m}^2 = 20 \text{ m}^3 / (1/60 \text{ 分}) = 1.2 \times 10^3 \text{ m}^3 / \text{分}$$