剛体の運動

剛体：形の変わらない大きさを持った物体

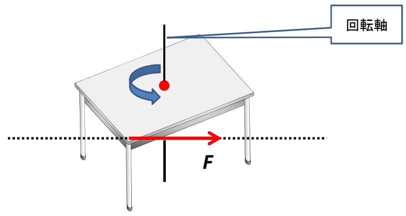
基準点の運動＋$\boxed{\text{その周りの回転}}$

まずは、剛体のつり合い

力のモーメント（トルク）

物体を回転させようとする能力

- 回転軸と力の作用線との距離が大きいほど回転させやすい
- 作用線上に回転軸があると回転しない
- 力が大きいほど回転させやすい

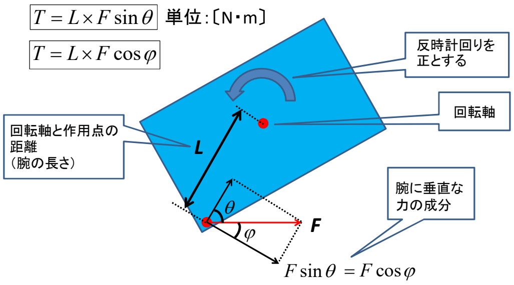


力のモーメント（トルク）

力のモーメントの大きさ＝
腕の長さ×力の腕に垂直な成分の大きさ

$\boxed{T = L \times F \sin\theta}$ 単位：〔N・m〕

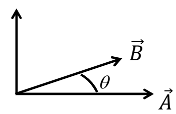
$\boxed{T = L \times F \cos\varphi}$



外積（ベクトル積）について

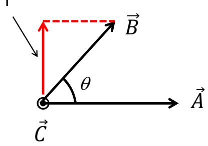
3次元の図

$\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B}$



上から見て

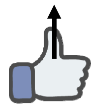
$|\vec{B}|\sin\theta$



$\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B} = |\vec{A}||\vec{B}|\sin\theta$

$\vec{A} \times \vec{B} = -\vec{B} \times \vec{A}$

右ねじの方向

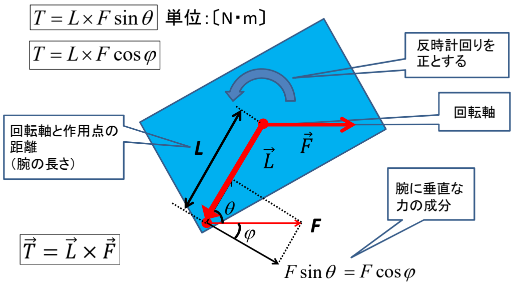


力のモーメント（トルク）

力のモーメントの大きさ＝
腕の長さ×力の腕に垂直な成分の大きさ

$\boxed{T = L \times F \sin\theta}$ 単位：〔N・m〕

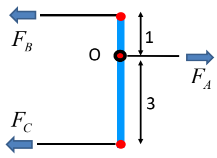
$\boxed{T = L \times F \cos\varphi}$



$\boxed{\vec{T} = \vec{L} \times \vec{F}}$

平行な力のつりあい

O点の周りの力のモーメント
を考える



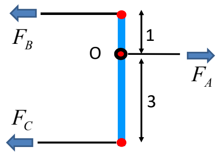
・力のつり合い
・力のモーメントのつり合い

$$F_A - F_B - F_C = 0$$
$$1 \times F_B - 3 \times F_C = 0$$

反時計回りの力のモーメント＋
時計回りを－で表す

F_A	2〔N〕	4〔N〕	8〔N〕
F_B	1.5	3.0	6.0
F_C	0.5	1.0	2.0

平行な力のつりあい



O点の周りの力のモーメントを考える

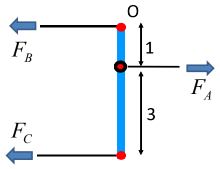
・力のつり合い
・力のモーメントのつり合い

$$F_A - F_B - F_C = 0$$
$$1 \times F_B - 3 \times F_C = 0$$

反時計回りの力のモーメント＋
時計回りを－で表す

F_A	2〔N〕	4〔N〕	8〔N〕
F_B	1× 1.5 =1.5	1× 3.0 =3.0	1× 6.0 =6.0
F_C	−3×0.5 =−1.5	−3×1.0 =−3.0	−3× 2.0 =−6.0

平行な力のつりあい



O点の周りの力のモーメントを考える

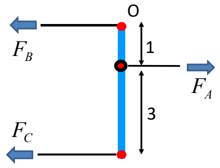
・力のつり合い
・力のモーメントのつり合い

$$F_A - F_B - F_C = 0$$
$$1 \times F_B - 3 \times F_C = 0$$

反時計回りの力のモーメント＋
時計回りを－で表す

F_A	2〔N〕	4〔N〕	8〔N〕
F_B	1× 1.5 =1.5	1× 3.0 =3.0	1× 6.0 =6.0
F_C	−3×0.5 =−1.5	−3×1.0 =−3.0	−3× 2.0 =−6.0

平行な力のつりあい



O点の周りの力のモーメントを考える

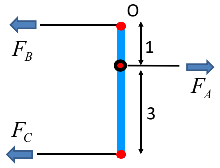
・力のつり合い
・力のモーメントのつり合い

$$F_A - F_B - F_C = 0$$
$$-4 \times F_C + 1 \times F_A = 0$$

反時計回りの力のモーメント＋
時計回りを－で表す

F_A	2〔N〕	4〔N〕	8〔N〕
F_B	1.5	3.0	6.0
F_C	0.5	1.0	2.0

平行な力のつりあい



O点の周りの力のモーメントを考える

・力のつり合い
・力のモーメントのつり合い

$$F_A - F_B - F_C = 0$$
$$-4 \times F_C + 1 \times F_A = 0$$

反時計回りの力のモーメント＋
時計回りを－で表す

F_A	1× 2〔N〕	1× 4〔N〕	1× 8〔N〕
F_B	0× 1.5 = 0	0× 3.0 = 0	0× 6.0 = 0
F_C	-4× 0.5 = -2	-4× 1.0 = -4	-4× 2.0 = -8

例

反時計回りのモーメントを＋，時計回りを－とする

力F_Aによるモーメント

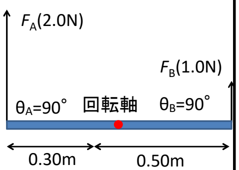
$$T_A = -L_A F_A \sin\theta_A = -0.30 \times 2.0 = -0.6 〔N・m〕$$

力F_Bによるモーメント

$$T_B = L_B F_B \sin\theta_B = 0.50 \times 1.0 = 0.50 〔N・m〕$$

力のモーメントの和は

$$T_A + T_B = -0.1 〔N・m〕$$

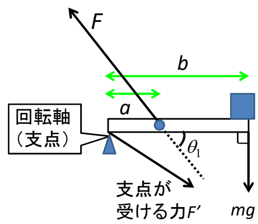


力のモーメントがつり合って
いないので回転を始める

例

回転軸の周りの重力による力のモーメント
= ー (b × mg)
回転軸の周りの F による力のモーメント
= $a \sin\theta_1 \times F$
力のモーメントの釣り合いから
ー(b × mg)＋$a \sin\theta_1 \times F$ = 0

$$F = \left(\frac{b}{a \sin\theta_1}\right) mg$$



Fはθ_1が小さいと大きくなる
（F'も大きくなる）

重心と力のモーメント

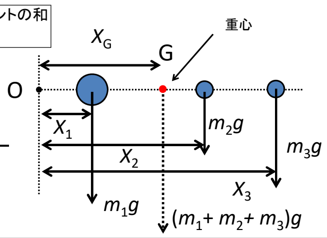
・重心Gの周りの重力のモーメントは0

・任意の点Oの周りの力のモーメントの和は重心にすべての質量が集まったとしたときの力のモーメントと同じ

$$x_1m_1g+x_2m_2g+x_3m_3g=x_G(m_1+m_2+m_3)g$$

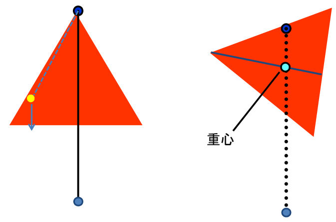
それぞれの力による力のモーメントの和
＝合力の力のモーメント

$$x_G=\frac{x_1m_1+x_2m_2+x_3m_3}{m_1+m_2+m_3}$$



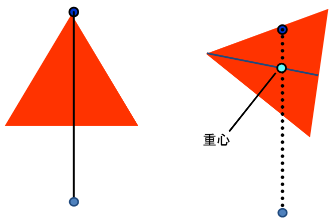
重心

- 実験的に重心を求める→つり下げる
  つり下げた点からの垂線の交点が重心



重心

- 実験的に重心を求める→つり下げる
  つり下げた点からの垂線の交点が重心



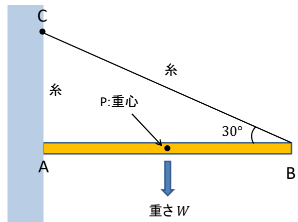
問24

長さ l で重さWの一様な棒ABがある。棒の一端Aを鉛直なあらい壁に垂直にあて、棒のBに糸を結び、糸の他端を鉛直な壁の１点Cにそれぞれ結びつけて棒が水平になるようにつるす。このとき、BCを結ぶ糸は水平と30°の角をなしてつりあっている。

（1）棒が壁から受ける摩擦力の大きさFを求めよ

（2）BCを結ぶ糸が引く力の大きさTを求めよ

（3）A において、壁から棒にはたらく抗力の大きさNを求めよ



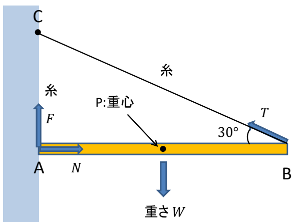
問24

長さ l で重さWの一様な棒ABがある。棒の一端Aを鉛直なあらい壁に垂直にあて、棒のBに糸を結び、糸の他端を鉛直な壁の１点Cにそれぞれ結びつけて棒が水平になるようにつるす。このとき、BCを結ぶ糸は水平と30°の角をなしてつりあっている。

（1）棒が壁から受ける摩擦力の大きさFを求めよ

（2）BCを結ぶ糸が引く力の大きさTを求めよ

（3）A において、壁から棒にはたらく抗力の大きさNを求めよ



問24

長さ l で重さWの一様な棒ABがある。棒の一端Aを鉛直なあらい壁に垂直にあて、棒のBに糸を結び、糸の他端を鉛直な壁の１点Cにそれぞれ結びつけて棒が水平になるようにつるす。このとき、BCを結ぶ糸は水平と30°の角をなしてつりあっている。

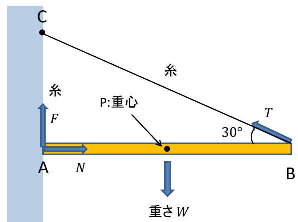
力のつり合い

x方向： $N-T\cos 30°=0$

y方向： $F+T\sin 30°-W=0$

力のモーメントのつり合い

$W-2T\sin 30°=0$



問24

長さ l で重さWの一様な棒ABがある。棒の一端Aを鉛直なあらい壁に垂直にあて、棒のBに糸を結び、糸の他端を鉛直な壁の１点Cにそれぞれ結びつけて棒が水平になるようにつるす。このとき、BCを結ぶ糸は水平と 30°　の角をなしてつりあっている。

力のつり合い

x方向：$N - T\cos 30^\circ = 0$

y方向：$F + T\sin 30^\circ - W = 0$

力のモーメントのつり合い

$W - 2T\sin 30^\circ = 0$

問24

長さ l で重さWの一様な棒ABがある。棒の一端Aを鉛直なあらい壁に垂直にあて、棒のBに糸を結び、糸の他端を鉛直な壁の１点Cにそれぞれ結びつけて棒が水平になるようにつるす。このとき、BCを結ぶ糸は水平と 30°　の角をなしてつりあっている。

力のつり合い

x方向：$N - T\cos 30^\circ = 0$

y方向：$F + T\sin 30^\circ - W = 0$

力のモーメントのつり合い

$W - 2T\sin 30^\circ = 0$

$T = W$　（糸の張力）

$F = \frac{W}{2}$　（摩擦力）

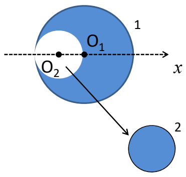
$N = \frac{\sqrt{3}}{2}W$　（垂直抗力）

問25

5・21

図 のように、点O_1 を中心とする半径 r 〔m〕の一様な円板から、点O_2 を中心とする半径 $r/2$〔m〕の円板を切り取る。
この板の重心の位置 は、O_1 からどれくらい離れているか。

O_1 を原点とする。



切り取る前の重心

$$X_G = \frac{m_1X_1 + m_2X_2}{m_1 + m_2} = 0$$

$X_2 = -\frac{r}{2}$　より

$$\frac{m_1X_1 - m_2\frac{r}{2}}{m_1 + m_2} = 0$$

$$X_1 = \frac{m_2}{m_1}\frac{r}{2} = \frac{1/4}{1-1/4}\times\frac{r}{2} = \frac{r}{6}$$